

CONFIGURATIONS PLANES DANS UN REPÈRE

1) REPÈRE DU PLAN

A) COORDONNÉES D'UN POINT DANS UN REPÈRE

Définition :

Un **repère du plan** est défini par trois points non alignés O, I et J et est noté (O, I, J) .

(OI) et (OJ) , sécantes en O, sont **les axes du repère**.

O est appelé **l'origine du repère**. (OI) est l'axe des **abscisses** et (OJ) celui des **ordonnées**.

Cas particuliers :

- Si (OI) et (OJ) sont perpendiculaires, alors le repère (O, I, J) est dit **orthogonal**.
- Si, de plus, $OI = OJ = 1$, alors le repère (O, I, J) est dit **orthonormal**.

Définition :

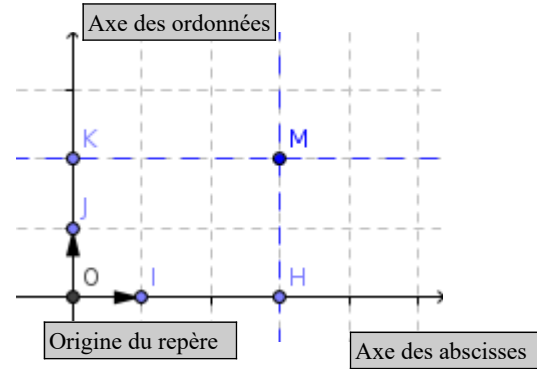
Soit M un point du plan muni du repère (O, I, J) .

En traçant la parallèle à chaque axe passant par M, on obtient deux points H et K.

L'abscisse de M dans (O, I, J) , noté x_M , est l'abscisse de H sur (OI) .

L'ordonnée de M dans (O, I, J) , noté y_M , est l'abscisse de K sur (OJ) .

$(x_M; y_M)$ est **le couple des coordonnées** du point M dans le repère (O, I, J) .



On parle souvent de repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, plutôt que de repère (O, I, J) .

Éthymologie :

- "Orthogonal" vient du grec *orthos* droit et *gonos* angle
- "Orthonormal" vient du grec *orthos* droit et du latin *norma* équerre
- "Abscisse" vient du latin *abscissa*, coupée.
- "Ordonnée" vient du latin du latin *ordinare*, mettre en ordre.

Exemples : O a pour coordonnées $(0; 0)$; I pour coordonnées $(1; 0)$; J a pour coordonnées $(0; 1)$; M a pour coordonnées $(3; 2)$

B) COORDONNÉES DU MILIEU D'UN SEGMENT

Propriété :

Soit A $(x_A; y_A)$ et B $(x_B; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère (O, I, J) .

Le milieu M du segment $[AB]$ a alors pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Exemple : Si A $(2; 1)$ et B $(5; -1)$, alors M $\left(\frac{2+5}{2}; \frac{1+(-1)}{2}\right)$, donc M $\left(\frac{7}{2}; 0\right)$.

C) DISTANCE ENTRE DEUX POINTS

Propriété :

Soit A $(x_A; y_A)$ et B $(x_B; y_B)$ deux points du plan muni d'un repère **orthonormal** (O, I, J) .

La distance de A à B est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

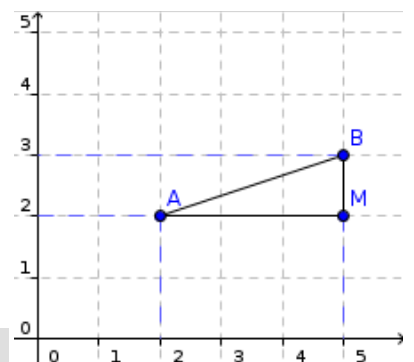
Preuve :

Le triangle ABM est rectangle en M, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AB^2 = AM^2 + MB^2 = (x_M - x_A)^2 + (y_B - y_M)^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \text{ et donc } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Exemple :

Dans la figure ci-dessus, A $(2; 2)$ et B $(5; 3)$, alors : $AB = \sqrt{(5-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

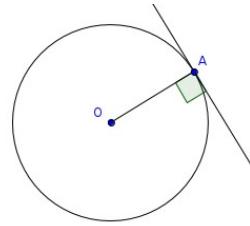


2) DISTANCE ET ENSEMBLE DE POINTS

A) CERCLE ET DISQUE

Définition : Cercles et disques

- **Le cercle** de centre O et de rayon r est **l'ensemble** des points M du plan tels que $OM=r$.
- **Le disque** de centre O et de rayon r est **l'ensemble** des points M du plan tels que $OM \leq r$.
- **La tangente** à un cercle de centre O en un point A est la droite passant par A et perpendiculaire au rayon $[OA]$. Un cercle et la tangente en l'un de ses points ont un unique point commun.



B) MÉDIATRICES ET TRIANGLE

Définition :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par son milieu.

Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des côtés du triangle.

Propriété :

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.

Point de concours :

Dans un triangle, les trois médiatrices sont concourantes en un point O qui est **le centre du cercle circonscrit** à ce triangle.

Propriété :

Dans un triangle rectangle, les médiatrices des deux côtés adjacents à l'angle droit se coupent au milieu de l'hypoténuse.

Le cercle circonscrit d'un triangle rectangle est donc le cercle de centre le milieu de l'hypoténuse et de rayon la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

$$M \in d \Leftrightarrow MA = MB$$

