

# I - Pyramides et cônes : définition et perspective

## A - La pyramide

### Définitions

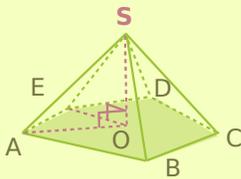
Une **pyramide** est un solide dont :

- une face est un polygone appelée la **base** de la pyramide ;
- les autres faces, appelées **faces latérales**, sont des triangles qui ont un sommet commun, appelé le **sommet** de la pyramide.

La **hauteur** d'une pyramide est le segment issu de son sommet et perpendiculaire à la base.

Une **arête latérale** est un segment joignant les sommets de la base au sommet de la pyramide.

**Exemple 1 :** Trace une pyramide SABCDE de sommet S en perspective cavalière et décris les éléments de ce solide.



- Le **sommet** de cette pyramide est le point S.
- La **base** de cette pyramide est le pentagone ABCDE.
- Les **faces latérales** sont les triangles : SAB, SBC, SCD, SDE, SEA.
- Les **arêtes latérales** sont les segments : [AS], [BS], [CS], [DS], [ES].
- La **hauteur** de la pyramide est le segment [OS].

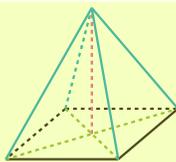
### Définition

Une **pyramide régulière** est une pyramide dont la base est un **polygone régulier** (par exemple un triangle équilatéral ou un carré) et dont les faces latérales sont des **triangles isocèles superposables**.

### Remarques :

- Une pyramide régulière à base triangulaire s'appelle un **tétraèdre**. C'est un solide dont les quatre faces sont des triangles équilatéraux superposables.
- La hauteur d'une pyramide régulière **passé par le centre de la base qui est le point de concours des diagonales**.

**Exemple 2 :** Trace une pyramide régulière à base carrée de côté 2 cm et de hauteur 3 cm en perspective cavalière.



On trace un **carré** de 2 cm de côté en perspective cavalière, c'est-à-dire un parallélogramme dont le côté vu de face mesure 2 cm puis les **diagonales** pour trouver le centre de la base. On trace ensuite la **hauteur** qui est un segment de 3 cm puis les **arêtes latérales**.

## B - Le cône de révolution

### Définitions

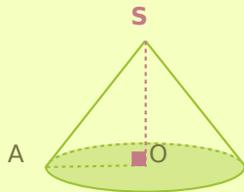
Un **cône de révolution** est un solide qui est généré par un triangle rectangle en rotation autour d'un des côtés de son angle droit.

La **base** du cône de révolution est un disque.

La **hauteur** du cône de révolution est le segment qui joint le centre de ce disque au sommet du cône ; il est perpendiculaire au disque de base.

**Remarque :** La **surface latérale** d'un cône, appelée aussi **développement**, est générée par l'hypoténuse du triangle rectangle. Elle a la forme d'un secteur de disque.

**Exemple :** Trace un cône de révolution en perspective et décris les éléments de ce solide.

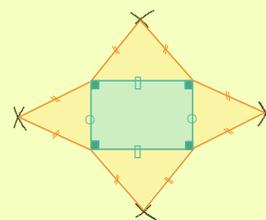
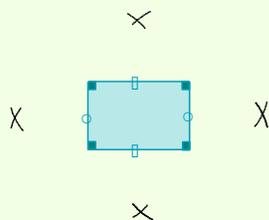
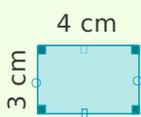


- Le **sommet** du cône est le point S.
- La **base** de ce cône est le disque de centre O : on la représente en perspective par un ovale (une ellipse) car elle n'est pas vue de face.
- La **hauteur** du cône est le segment [OS].
- Le triangle AOS, rectangle en O, génère le cône en tournant autour de (OS).

## II - Patron d'une pyramide ou d'un cône

### A - La pyramide

**Exemple :** Dessine le patron d'une pyramide dont la base est un rectangle de longueur 4 cm et de largeur 3 cm et dont chaque arête latérale mesure 5 cm.



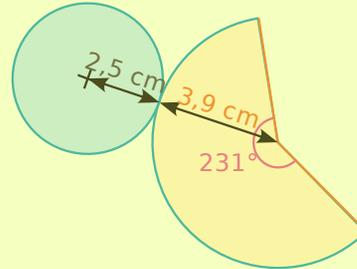
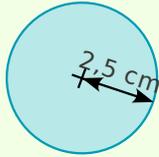
On trace le rectangle de longueur 4 cm et de largeur 3 cm.

On trace des arcs de cercle, de centre les sommets du rectangle et de rayon 5 cm.

On trace les 4 triangles isocèles formant les faces latérales de la pyramide.

## B - Le cône de révolution

**Exemple :** Dessine le patron d'un cône SOA de rayon 2,5 cm et de hauteur 3 cm.



On trace un cercle de rayon 2,5 cm. C'est le cercle de base. Son périmètre est  $2 \times \pi \times 2,5$  cm soit  $5\pi$  cm.

Le rayon du disque induit par la surface latérale est [SA].

Le triangle SOA est rectangle en O donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$SA^2 = SO^2 + OA^2$$

$$SA^2 = 3^2 + 2,5^2 = 15,25$$

donc  $SA \approx 3,9$  cm (à 0,1 cm près)

La longueur du secteur de disque de rayon **3,9** est égale au périmètre de la base, soit :  $5\pi$  cm.

Comme l'angle du secteur de disque est proportionnel à sa longueur, on le détermine en calculant le nombre manquant dans ce tableau de proportionnalité.

Longueur du secteur de disque	$7,8\pi$	$5\pi$
Angle du secteur de disque	$360^\circ$	x

$$x = \frac{360 \times 5\pi}{7,8\pi} = \frac{360 \times 5}{7,8} \approx 231^\circ \text{ (à } 1^\circ \text{ près)}$$

Le secteur de disque de **3,9 cm de rayon** a pour angle **231° (à 1° près)**

## III - Volume d'une pyramide ou d'un cône

### Règle

Pour **calculer le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution**, on calcule le tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur :

$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

**Remarque :** Le volume d'un cône de hauteur  $h$  et de rayon de base  $r$  est :

$$V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$

**Exemple 1 :** Calcule le volume d'une pyramide de hauteur 3,50 m ayant pour base un losange de diagonales 5 m et 4,20 m.

$$A = \frac{D \times d}{2} = \frac{5 \times 4,2}{2} = 10,5 \text{ m}^2$$

→ On calcule l'aire de la base : c'est un losange.

$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

→ On écrit la formule du volume d'une pyramide.

$$V = \frac{10,5 \times 3,5}{3} = 12,25 \text{ m}^3$$

→ On remplace par les valeurs numériques.

Donc le volume de la pyramide est  $12,25 \text{ m}^3$ .

**Exemple 2 :** Calcule le volume d'un cône de révolution de hauteur 36 cm ayant pour base un disque de rayon 8 cm.

$$A = \pi \times r^2 = \pi \times 8^2 = 64\pi \text{ cm}^2$$

→ On calcule l'aire de la base : c'est un disque de rayon 8 cm.

$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

→ On écrit la formule du volume du cône.

$$V = \frac{64\pi \times 36}{3}$$

→ On remplace par les valeurs numériques.

$$V = 64\pi \times 12 = 768\pi \text{ cm}^3$$

→ On termine le calcul.

Donc le volume exact du cône est  $768\pi \text{ cm}^3$ .

Une valeur approchée au  $\text{cm}^3$  près est  $2\,413 \text{ cm}^3$ .

**Exemple 3 :** Un berlingot de lait concentré a la forme d'une pyramide régulière SABCD à base carrée de 5 cm de côté et de hauteur 6 cm. Combien de berlingots sont nécessaires pour conditionner 1 L de lait concentré ?

$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3}$$

→ On écrit la formule du volume d'une pyramide.

$$V = \frac{5 \times 5 \times 6}{3} = 50 \text{ cm}^3$$

→ On remplace par les valeurs numériques.

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$$

→ On convertit 1 L en  $\text{cm}^3$ .

$$\frac{1000}{50} = 20$$

→ On calcule le nombre de berlingots nécessaires.

Il faut donc 20 berlingots pour conditionner 1 L de lait concentré.