COLLECTION

Indice Maths

Tle

Programme 2020

ENSEIGNEMENT COMMUN SÉRIES TECHNOLOGIQUES

Livre du professeur

Sous la direction de
Michel PONCY
Denis VIEUDRIN

Fabrice AYMERICH

Sophia AYMERICH

Jean-Louis BONNAFET

Nicolas BUYLE-BODIN

Sébastien CANTE

Fabien CAYLA

Franck CHEVRIER

Nicolas EHRSAM

Céline GAILLARD

Catherine LEBERT

SOMMAIRE

Livret transverse I

Chapitre 1 Suites numériques **1**

Chapitre 2 Fonctions exponentielles et fonction logarithme décimal **29**

Chapitre 3 Fonction inverse **71**

Chapitre 4 Séries statistiques à deux variables **110**

Chapitre 5 Probabilités conditionnelles **150**

Chapitre 6 Variables aléatoires discrètes **187**

Thème A Marches aléatoires **234**

Thème B Optimisation linéaire et régionnement du plan **239**

Thème C Méthode de Monte Carlo **244**

Pages Tableur **246**

© Bordas

Livret transverse

Algorithmique et programmation

Applications directes

1. Imports de modules, affectations et tests

1 **Affectations**

```
>>> a=3 ; b=5

>>> a=a+b

>>> b=a*b

>>> a ; b
8
40
```

```
>>> a=4 ; b=3

>>> a=a*b

>>> b=a*b

>>> a ; b
12
36
```

```
>>> m=4 ; n=6

>>> a= (m*n==24)

>>> b= (m+2*n<15)

>>> a ; b
True
False
```

2 **À chacun sa place**

```
>>> a=2 ; b=3

>>> a=b

>>> b=a

>>> a ; b
3
3
```

```
>>> a=2 ; b=3

>>> m=a

>>> a=b

>>> b=m

>>> a ; b
3
2
```

3 **Lancers de dés**

```
>>> from random import*

>>> randint(1,6)+randint(1,6)
```

2. Fonctions et instructions conditionnelles

4 Prix de gros

1. La variable `q` correspond au nombre d'articles achetés.
2. La saisie donne 6,72. Cela signifie que le prix à payer pour 14 articles est 6,72 €.

```
>>> prix(14)
6.72
```

3. Voici ci-dessous deux syntaxes possibles pour la fonction `prix` modifiée.

```
def prix(q):
    if q<10:
        P=q*0.5
    elif q<20:
        P=q*0.48
    else:
        P=q*0.45
    return P
```

ou

```
def prix(q):
    if q<10:
        P=q*0.5
    else:
        if q<20:
            P=q*0.48
        else:
            P=q*0.45
    return P
```

5 Distance d'arrêt

1. Les fonctions `R`, `F` et `A` suivantes permettent de déterminer respectivement les distances de réaction, de freinage et d'arrêt à une vitesse `v` (en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$).

```
def R(v):
    return v/3.6

def F(v):
    return v**2/200

def A(v):
    return R(v)+F(v)
```

2. Les distances d'arrêt, pour des vitesses de $50\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ et $80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, sont respectivement d'environ 26,39 m et 54,22 m.

```
>>> A(50) ; A(80)
26.38888888888889
54.22222222222222
```

3. Boucles de type « for »

6 Encore des dés

```
def freq6(n):
    C=0
    for k in range(n):
        de=randint(1,6)
        if de==6:
            C=C+1
    return C/n
```

```
def moy():
    S=0
    for k in range(100):
        de=randint(1,6)
        S=S+de
    return S/100
```

7 Boucles pas à pas

1.

k		0	1	2	3
S	3	5	9	17	33

2. a.

m		0	1	2	3	4
u	-3	-1	0	0,5	0,75	0,875

b.

k		0	1	2	3
a	2	2	3	5	8

8 Salaires

1. L'argument n correspond au nombre de mois écoulés, et la valeur v renvoyée correspond au salaire de Julie, en euro, le n+1-ième mois.

2.

```
def Salaire_annuel():
    T=0
    for n in range(12):
        T=T+S(n)
    return T
```

4. Boucles de type « while »

9 Seuil variable

1.

```
def seuil(d,f):
    i=d
    n=0
    while i>f:
        i=0.85*i
        n=n+1
    return n
```

2.

```
>>> seuil(100,10)
15
```

10 Boucles pas à pas

1.

S	3	5	9	17
n	0	1	2	3
S < 15	True	True	True	False

2. a.

S	20	16	12	8
n	0	1	2	3
S > 10	True	True	True	False

b.

S	2	2	3	5	8	12
n	0	1	2	3	4	5
S < 12	True	True	True	True	True	False

c.

n	0	1	2	3	4
S	3	5	9	15	23
S < 18	True	True	True	True	False

11 For ou while ?

a.

k		0	1	2	3
S	2	6	18	54	162

b.

S	2	6	18	54	168
k	0	1	2	3	4
k < 4	True	True	True	True	False

Les valeurs finales de S sont les mêmes avec les deux boucles.

Il y a un décalage d'une unité pour le compteur k.

12 Économies

```
def Economies():
    S=0
    n=0
    while S<12:
        S=S+0.7
        n=n+1
    return n
```

```
>>> Economies()
18
```

13 Économies

```
def rebonds():
    h=120
    n=0
    while h>3:
        h=h*0.7
        n=n+1
    return n
```

```
>>> rebonds()
11
```

5. Listes : opérations

14 Notes

```
>>> notes=[13,9.5,11,15]

>>> notes[2]
11

>>> notes.append(18) ; notes
[13, 9.5, 11, 15, 18]

>>> len(notes)
5

>>> notes.remove(11) ; notes
[13, 9.5, 15, 18]
```

15 Pont suspendu

```
>>> from random import*

>>> randint(0,9)
8

>>> resultats=[ randint(0,9) , randint(0,9) , randint(0,9) , randint(0,9) ]

>>> resultats[0]>=7
True

>>> resultats[0]>=7 or resultats[1]>=7 or resultats[2]>=7 or resultats[3]>=7
True
```

Remarque : La liste `resultats` pourrait aussi être générée par compréhension (syntaxes de la section 6).

6. Liste : utilisation de boucles

16 Comprendre une syntaxe

a. La liste `L` contient toutes les altitudes positives, pour des abscisses comprises entre 0 et 8.

b. La liste `L` contient toutes les altitudes strictement supérieures à 500, pour des abscisses comprises entre 0 et 8.

c. La liste `L` contient toutes les altitudes strictement inférieures à 400, pour des abscisses comprises entre 0 et 8.

17 Lancers de deux dés

1.

```
def sommes():
    res=[]
    for k in range(100):
        de1=randint(1,6)
        de2=randint(1,6)
        res.append(de1+de2)
    return res
```

2. La fonction donnée renvoie la fréquence d'apparition du résultat 7 dans les résultats des lancers de dés de la liste `L`.

7. Représentations graphiques

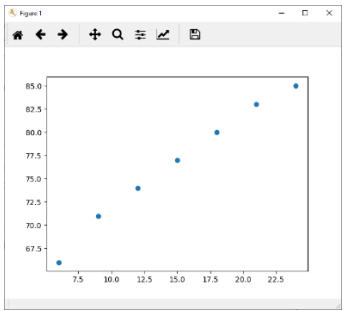
18 Nuage de points

```
import matplotlib.pyplot as plt

def graph_TA():

    Age=[6,9,12,15,18,21,24]
    Taille=[66,71,74,77,80,83,85]

    plt.scatter(Age,Taille)
    plt.show()
```



19 Courbe et signe d'une fonction

1.

```
def f(x):
    return 0.1*x**3-0.7*x**2+1
```

2.

```
L_x=[x for x in range(10)]
L_y=[f(x) for x in range(10)]
```

3.

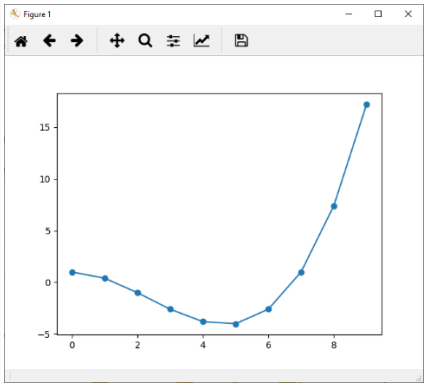
```
import matplotlib.pyplot as plt

def graph(f):

    L_x=[x for x in range(10)]
    L_y=[f(x) for x in range(10)]


    plt.scatter(L_x,L_y)

    plt.plot(L_x,L_y)
    plt.show()
```



S'entraîner

Utiliser une fonction Python

20

```
def TVA(HT):
    return HT*0.2
```

Utiliser une boucle

21

A	40	10	2,5	0,625
A > 2	True	True	True	False

22

1. La valeur stockée dans V correspond à la somme dont l'épargnant disposera au bout de 6 ans révolus.
2.
```
def economies(n):
    V=1000
    for k in range(n):
        V=V*1.02
    return V
```
3.
```
def seuil():
    V=1000
    n=0
    while V<1200:
        V=V*1.02
        n=n+1
    return n
```

Utiliser un compteur

23

1. Le lot contient 100 vis.
2. Le filetage d'une vis, exprimé en mm, appartient à l'intervalle [19,5; 20,5].
3.
```
from random import random

def usinage():
    lot=[]
    S=0
    for k in range(100):
        filetage = 20+(random()-0.5)
        lot.append(filetage)
        if filetage<19.7:
            S=S+1
    return S
```

Utiliser une liste

24

1.
```
>>> L
[0, 1, 4, 9, 16]
```
2.
```
>>> L
[1, 3, 5, 7, 9, 11]
```

25

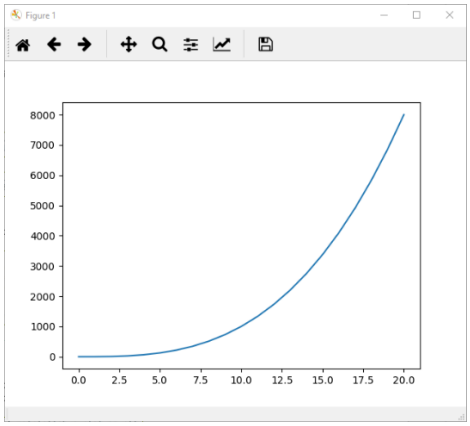
1. La fonction renvoie la surface du nénuphar au bout de la 7^e semaine, exprimée en cm^2.
2.
```
def nenuphar(n):
    s=3
    L=[3]
    for k in range(n):
        s=s*2
        L.append(s)
    return L
```

Utiliser un graphique

26

1. La fonction est représentée sur l'intervalle $[0; 4]$.
2. La fonction f représentée est définie par $f(x) = x^2 + 3$.
3.
```
import matplotlib.pyplot as plt

def graph(n):
    L_x=[]
    L_y=[]
    for x in range(n):
        L_x.append(x)
        L_y.append(x**3)
    plt.plot(L_x,L_y)
    plt.show()
```
```
>>> graph(21)
```



Chapitre 1
Suites numériques

A Notre point de vue

1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

Ce chapitre traite des notions de suites arithmétiques et de suites géométriques. Il s'inscrit dans la continuité de ce qui a été travaillé par les élèves durant l'année de première, à savoir l'étude générale des suites numériques ainsi que la découverte des suites arithmétiques et géométriques.
Le chapitre est scindé en deux séquences, l'une consacrée aux notions de moyenne arithmétique, de croissance linéaire et à l'étude des suites arithmétiques (terme général, somme des termes) et l'autre consacrée aux notions de moyenne géométrique, de croissance exponentielle et à l'étude des suites géométriques (terme général, somme des termes).

2 Les objectifs des activités

Quatre activités sont proposées dans ce chapitre.

Dans la première séquence, l'activité 1 permet, à partir d'un problème de tarification de type affine, de revoir la notion de suite arithmétique et d'en découvrir l'expression du terme général. Dans la partie cours, nous donnons deux formules du terme général d'une suite arithmétique : l'une en fonction du terme d'indice 0, l'autre en fonction du terme d'indice 1. Une capacité est consacrée à l'obtention de l'expression du terme général ainsi que la première partie de la page « revoir des points essentiels ».

L'activité 2 permet, à partir d'un texte historique, de travailler sur la notion de somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique. Dans la partie cours, nous présentons différentes formules permettant d'obtenir ce genre de sommes et une capacité est consacrée à cette notion.

Dans la seconde séquence, l'activité 3 permet de revoir la notion de suite géométrique et d'établir l'expression du terme général. Comme pour les suites arithmétiques, nous donnons dans la partie Cours deux formules du terme général, l'une en fonction du terme d'indice 0 et l'autre en fonction du terme d'indice 1. Nous consacrons une capacité à cette notion, ainsi que la seconde partie de la page « revoir des points essentiels ».

L'activité 4 permet, à l'aide d'un tableur, de déterminer l'expression de la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique. Une fois de plus, dans la partie cours, nous présentons différentes formules permettant d'obtenir ce genre de sommes et une capacité est consacrée à cette notion.

3 Exercices, TP et algorithmes

Les exercices et les TP permettent d'aborder, avec progressivité, toutes les capacités attendues du programme.

- Prouver que trois nombres sont (ou ne sont pas) les termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.

- Déterminer la raison d'une suite arithmétique ou géométrique modélisant une évolution.
- Exprimer en fonction de n le terme général d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique.
- Reconnaître une situation relevant du calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite arithmétique ou géométrique.

De plus, le calcul de valeurs acquises fournit des situations relevant du calcul d'une somme de termes consécutifs d'une suite géométrique.

Le premier TP utilise le tableur pour comparer les évolutions d'une suite arithmétique et d'une suite géométriques. Dans le second TP, les élèves sont conduits à écrire, en langage Python, des fonctions qui calculent la somme des n premiers carrés, des n premiers cubes ou des n premiers inverses.
Enfin, les zooms de la partie « Cap vers le bac » permettent de faire le point sur les compétences en algorithmique et en tableur relatives aux notions de ce chapitre.

B Se tester pour un bon départ

1 **a.** $u_0 = 3$ **b.** $u_1 = 5$; **c.** $u_2 = 11$ **d.** $u_{10} = 203$

2 **a.** $v_1 = 5$ **b.** $v_2 = 7$ **c.** $v_3 = 11$ **d.** $v_5 = 35$

3 Réponses a. et b.

4 **1.** $u_1 = 7$; $u_2 = 9$; $u_3 = 11$.
2. $u_{n+1} = u_n + 2$

5 Réponse **c**.

6 **1.** $u_1 = 1\,800$; $u_2 = 2\,700$; $u_3 = 4\,050$.
2. $u_{n+1} = 1{,}5u_n$
3. 11^{e} terme $u_{10} \approx 69\,198{,}04688$.

7 **1.** $u_1 = 26\,112$; $u_2 = 26\,634{,}24$.
2. $u_{n+1} = 1{,}02u_n$. (u_n) est une suite géométrique de premier terme 25 600 et de raison 1,02.
3. $u_8 \approx 29\,994{,}48$

C Activités

Activité 1 Hep, taxi !

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. $u_1 = 2{,}5+0{,}81 = 3{,}31$
b. $u_2 = 4{,}12$; $u_3 = 4{,}93$.
2. a. $u_{n+1} = u_n + 0{,}81$
b. (u_n) est une suite arithmétique de raison 0,81.
3. Somme déboursée : $0{,}81 \times n$.
4. a. $u_n = 2{,}5 + 0{,}81n$
b. $u_{12} = 2{,}5 + 0{,}81 \times 12$ soit 12,22 €.

Activité 2 Histoire de sommes

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. On additionne le i-ème terme de la suite écrite à l'endroit avec le i-ème terme de la somme écrite à l'envers (à « rebours »).
b. L'expression : « cette suite de termes égaux » fait référence à la valeur 31.

2. a. –2 ; 1 ; 4 ; 7 ; 10 ; 13 ; 16 ; 19 ; 22 ; 25.
b.

–2	+	1	+	4	+	7	+	10	+	13	+	16	+	19	+	22	+	25
25	+	22	+	19	+	16	+	13	+	10	+	7	+	4	+	1	+	–2
23	+	23	+	23	+	23	+	23	+	23	+	23	+	23	+	23	+	23

Soit $S = \frac{10\times23}{2} = 115$.
c. Les termes « égaux » ont tous la même valeur qui est la somme du premier terme et du dernier terme de la suite. Il y a 10 termes dont la somme est $10(p + d)$ et dont la valeur est $2 \times S$.
3.

32	+	29	+	26	+	23	+	20	+	17	+	14	+	11	+	8
8	+	11	+	14	+	17	+	20	+	23	+	26	+	29	+	32
40	+	40	+	40	+	40	+	40	+	40	+	40	+	40	+	40

Soit $S = \frac{9\times40}{2} = 180$.

Activité 3 Au cinéma !

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. $C_1 = 204$; $C_1 = 208{,}08$.
2. $C_{n+1} = 1{,}02C_n$
(C_n) est une suite géométrique de raison 1,02.
3 a. Environ 1,104.
b. $C_5 \approx 220{,}82$
4 a. Coefficient multiplicateur : $1{,}02^n$.
b. $C_n = 200 \times 1{,}02^n$

Activité 4 Déchets électroniques

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. Pour tout entier n, on a $u_{n+1} = 1{,}04u_n$.
(u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 80$ et de raison 1,04.
Ainsi : $u_n = 80 \times 1{,}04^n$.
b. En 2021, $u_2 = 86{,}528$, soit 86,528 kg.
c. La production totale de kilogrammes de déchets produits par cette famille de 2019 à 2021 est : $u_0 + u_1 + u_2 = 249{,}728$.
2. a. `=C2*1,04`
b. `=SOMME(C2:C11)`
3. a. $1{,}04S = 1{,}04u_0 + 1{,}04u_1 + \ldots + 1{,}04u_9 = u_1 + u_2 + \ldots + u_{10}$
b. $0{,}04S = 1{,}04S - S = (u_1 + u_2 + \ldots + u_{10}) - (u_0 + u_1 + \ldots + u_9) = u_{10} - u_0$
Soit $S = \frac{u_{10}-u_0}{0{,}04} = \frac{u_0 \times 1{,}04^{10} - u_0}{1{,}04-1} = u_0 \frac{1{,}04^{10}-1}{1{,}04-1}$.
c. $S \approx 960{,}4885698$

D Exercices

Automatismes et rituels

1 **a.** 3 **b.** 13 **c.** 49
d. 6 **e.** 14 **f.** 2

2 **a.** 2 **b.** $\sqrt{2}$ **c.** 4 **d.** 3^{n-1}

3 **a.** 2 **b.** 77 **c.** 14 **d.** 17

4 **1.** $f'(x) = 8x$
2. $g'(x) = 3x^2 - 3$

5 **a.** $S = [1{,}4 ; +\infty[$ **b.** $S =]-\infty ; -3]$ **c.** $S =]-\infty ; 4[$

6 **a.** $A(x) \geq 0$ pour $x \in]-\infty ; 4]$; $A(x) \leq 0$ pour $x \in [4 ; +\infty[$.
b. $B(x) \geq 0$ pour $x \in [1{,}5 ; +\infty[$; $B(x) \leq 0$ pour $x \in]-\infty ; 1{,}5]$.

7 **1.** On peut dresser un tableau de signes avec une ligne pour le signe de $3(x + 3)$, une ligne pour le signe de $(x - 1)$ et une ligne pour le signe du produit $3(x + 3)(x - 1)$.
2. Pour $a > 0$, on sait que les solutions sont $x = -\sqrt{a}$ et $x = \sqrt{a}$.

8 **a.**

x	$-\infty$		$-\frac{5}{3}$		3		$+\infty$
$A(x)$		+	0	–	0	+	

b.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{7}{5}$		$+\infty$
$B(x)$		–	0	+	0	–	

9 **1.** Faux : les solutions sont environ –1,2 et 3,2.
2. Vrai : ce sont les abscisses des points d'intersection des courbes C_f et C_g.
3. Vrai : ce sont les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f et de la droite d'équation $y = -4$.

10 On calcule $f'(x)$: $f'(x) = 2x - 6$.
Puis on calcule $f'(2)$ qui est la pente de la tangente au point d'abscisse 2 : $f'(2) = -2$.
On calcule $f(2)$: $f(2) = -8$.
La tangente passe par le point $(2 ; f(2))$ et a pour pente $f'(2)$.

11 **1.** Vrai : $f(-2) = 4$.
2. Faux : $g(-1) = 3$.

3. Faux : $f(0) = -4 < 0$.
4. Vrai : g est toujours décroissante.

12 Réponse **b**.

13 Réponse **a**.

14 On note R l'évènement « le joueur tire et réussit un pénalty », on a $P(\text{R}) = 0{,}75$.
Puis on représente la situation à l'aide d'un arbre pondéré à trois niveaux.

15 $P(\text{F}) = \frac{9}{20}$; $P(\text{F} \cap \text{C}) = \frac{1}{20}$ et $P_{\text{C}}(\text{F}) = \frac{1}{3}$.

Maîtriser les bases

16 $\frac{17+33}{2} = 25$

17 **1.** Raison : 4.
2. $v_3 = 7$; $v_7 = 23$.

18 **a.** 16,5 **b.** 1

19 $u_1 = 5$; $u_2 = 8$; $u_3 = 11$; $u_4 = 14$.

20 $u_2 = 13$; $u_3 = 17$; $u_4 = 21$; $u_5 = 25$.

21 **1.** $r = u_1 - u_0 = 18$
2. $r = v_4 - v_3 = -11$

22 **1.** Raison : 12.
2. Raison : –7.

23 **1.** Vrai : pour tout entier n, on a $u_{n+1} = u_n + r$ avec r constante.
2. Faux : on n'a pas, pour tout entier n, $v_{n+1} = v_n + r$ avec r constante.

24 Faux : comme la population diminue, la raison est –25.

25 **1.** $u_n = 3 + n\times7 = 3 + 7n$
2. $u_9 = 66$

26 **1.** $v_n = -2,5 + n\times0,5 = 0,5n - 2,5$
2. $v_{21} = 8$

27 **1.** $w_n = -4 + (n-1)\times3 = 3n - 7$
2. $w_{15} = 38$

28 Réponse **b**.

29 Réponses **b** et **c**.

30 **1.** $u_1 = 63\,800$; $u_2 = 64\,600$.
2. Pour tout entier n, on a $u_{n+1} = u_n + 800$. La suite est arithmétique de raison 800.

31 **1.** Premier terme $u_0 = 5$, dernier terme $u_9 = 32$.
2. Dix termes.
3. $S = 185$

32 **1.** $u_n = 5 + n \times 2 = 5 + 2n$
2. $u_{14} = 33$
3. Il y a 15 termes, le premier est $u_0 = 5$, le dernier est $u_{14} = 33$. $S = 285$.

33 **1.** $v_n = 37 + (n - 1) \times (-3) = 40 - 3n$
2. $v_{17} = -11$
3.a. Il y a 17 termes, le premier est $v_1 = 37$, le dernier est $v_{17} = -11$.
b. 221

34 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. `=SOMME(B2:B11)`
2. On obtient $u_0 + \ldots + u_9$ soit 120.

35 **a.** $\sum_{i=1}^{i=12} i^2$ **b.** $\sum_{i=5}^{i=21} i^3$ **c.** $\sum_{i=10}^{i=50} \frac{1}{i}$

36 **a.** $0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$ **b.** $5^2 + 6^2 + 7^2 = 110$
c. $0^3 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ **d.** $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

37 **1.** La somme des n premiers entiers naturels non nuls est : $\sum_{i=1}^{i=n} i = \frac{n(n+1)}{2}$.
2. $\sum_{i=1}^{i=16} i = 136$; $\sum_{i=1}^{i=32} i = 528$.

38 $\sqrt{8 \times 18} = 12$
39 **1.** Raison : 1,5.
2. $v_2 = 12$; $v_5 = 40{,}5$.

40 $u_1 = 400$; $u_2 = 320$; $u_3 = 256$; $u_4 = 204{,}8$.

41 **a.** 16 **b.** $4\sqrt{3}$ **c.** $\sqrt{3}$ **d.** 1
42 $u_2 = 12$; $u_3 = 24$; $u_4 = 48$; $u_5 = 96$.

43 **1.** Raison : 1,25.
2. Raison : 0,8.

44 **1.** $q = 1{,}05$
2. $q = \frac{1}{3}$

45 **1.** Faux : on n'a pas, pour tout entier n, $v_{n+1} = qv_n$ avec q constante.
2. Vrai pour tout entier n, on a $u_{n+1} = qu_n$ avec q constante.

46 **1.** $u_1 = 92\,000 \times 1{,}12 = 103\,040$
2. Coefficient multiplicateur : 1,12. Pour tout entier n, on a $u_{n+1} = 1{,}12 \times u_n$.
3. La suite est géométrique de raison 1,12.

47 **1.** En 2020, le chiffre d'affaires est $v_1 = 240\,000 \times 0{,}96$ soit 230 400 €.
2. Coefficient multiplicateur : 0,96. Pour tout entier n, on a $v_{n+1} = 0{,}96 \times v_n$.
3. La suite est géométrique de raison 0,96.

48 **1.** $u_n = u_0 \times q^n = 3 \times 5^n$
2. $u_7 = 3 \times 5^7 = 234\,375$

49 **1.** $v_n = v_0 \times q^n = \dfrac{2\,560}{4^n}$
2. 12e terme $v_{11} = \dfrac{2\,560}{4^{11}} \approx 0{,}00061$

50 **1.** $w_n = w_1 \times q^{n-1} = 500 \times 0{,}8^{n-1}$
2. $w_8 = 500 \times 0{,}8^7 = 104{,}8576$

51 Réponse **c**.
52 Réponses **a** et **d**.

53 **1.** 7 termes.
2. $S = u_0 \dfrac{1-q^n}{1-q} = 16 \times \dfrac{1-1{,}5^7}{1-1{,}5}$
3. $S = 514{,}75$

54 **1.** $S = 5 \times \dfrac{1-2^{11}}{1-2} = 5\times(2^{11}-1)$
2. $S = 10235$.

55 **1.** $\sum_{i=1}^{12} v_i = \sum_{i=1}^{12} 4 \times 3^{n-1} = 4 \times \dfrac{1-3^{12}}{1-3} = -2(1-3^{12}) = 2(3^{12}-1)$
2. $\sum_{i=1}^{12} v_i = 1\,062\,880$

56 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. 1er terme 7, raison 3.
2. terme(2) renvoie 63.
3. terme(12)
4. terme(7)

57 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

```
1  def suite(n,u,q):
2      t = u*q**(n-1)
3      return(t)
```

Pour s'entraîner

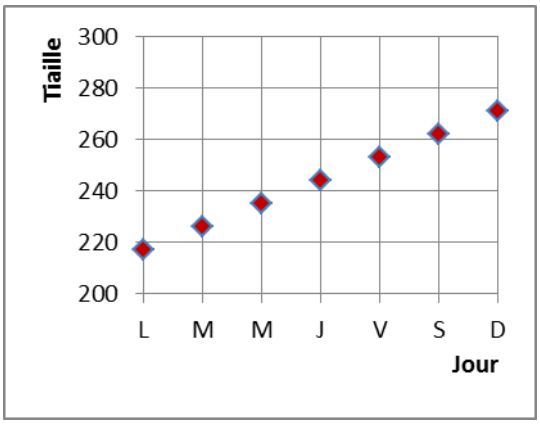
58 **1.** Non
2. Oui

59 **1.** Oui
2. Non
3. Oui

60 11 – 19 – 27

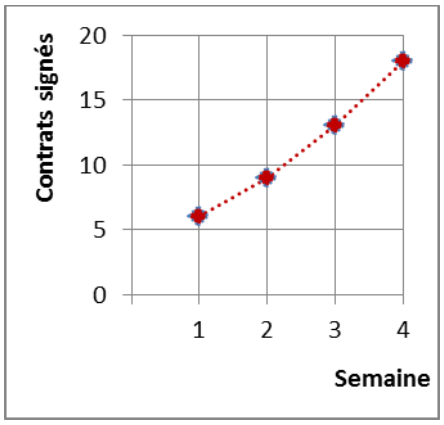
61 38 – 42 – 46

62 **1.**



Les points semblent alignés.
2. Comme les points sont alignés, on peut considérer que la taille de ce bambou suit une croissance linéaire.

63 **1.**



Les points ne sont pas alignés.
2. Comme les points ne sont pas alignés, on peut considérer que le nombre de contrats signés ne suit pas une croissance linéaire.

64 **1.** $u_n = 500 + 16n$
2. $u_{26} = 916$
3. $n = 57$

65 **1.** $v_n = 156 - 32n$
2. $v_{25} = -644$
3. $n = 37$

66 **1.** $v_n = -4{,}2 + 1{,}3n$
2. $v_{17} = 17{,}9$

67 **1.** $v_n = \frac{2}{3} - \frac{1}{6}n$
2. $v_{63} = -\frac{59}{6}$

68 Réponses **a** et **b**.

69 **1.** Pour tout entier n, on a $u_n = u_0 + n \times r$; soit $u_5 = -4 + 5 \times r$.
2. $r = 3$
3. $u_n = -4 + 3n$

70 **1.** $r = -11$
2. $u_{14} = -31$

71 **1.** Faux. Il faut l'égalité pour tout entier n.
2. Si la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 7, alors $u_1 = u_0 + 7$.
La réciproque est vraie.

72 **1.** $u_1 = 229$; $u_2 = 234$.
2. Pour tout entier n, on a $u_{n+1} = u_n + 5$. La suite est arithmétique de raison 5.
3.a. $u_n = 224 + 5n$.
b. En 2035 $n = 15$, $u_{15} = 299$ soit 299 adhérents.

73 **1.** On a $p_6 = p_1 + 5r$; soit $r = 900$.
2. $p_n = 6\,600 + 900n$.
3. 18 années.

74 **1.** Pour tout entier n, on a $p_{n+1} = p_n - 0{,}01$. La suite est arithmétique de raison $-0{,}01$.
2. $p_n = 78{,}8 - 0{,}01n$
3. 69,11 mmHg

75 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. 18e terme $u_{17} = 505$. Somme : 6 795.
2. Voir le fichier tableur mis à disposition.

	A	B	C
1	***n***	u_n	***Somme***
2	0	250	250
3	1	265	515
4	2	280	795
5	3	295	1090
18	16	490	6290
19	17	505	6795

76 On a $v_{20} = 29$; soit $\sum_{i=1}^{i=20} v_i = 1\,530$.

77 **1.a.** On a $u_{10} = 30$, soit $S_1 = 495$. **b.** On a $u_{43} = -69$, soit $S_2 = -198$.
2. $S_3 = S_2 - S_1 = -693$.

78 **1.** Faux : le 16e terme est $u_{15} = 38{,}5$.
2. Vrai : $\sum_{i=0}^{i=15} u_i = 436$.
3. Faux : $\sum_{i=0}^{i=20} u_i = 651$.

79 **1.** Pour tout entier n, $v_n = v_0 + n \times r = 7 + 2n$.
2. $v_{12} = 31$, soit $\sum_{k=0}^{k=12} v_k = 247$.

80 **a.** $\sum_{k=0}^{k=10}(2 + 3k)$ est la somme des 11 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 3$.
On a $u_{10} = 32$, soit $\sum_{k=0}^{k=10}(2 + 3k) = 187$.
b. $\sum_{p=1}^{p=32}(12 - 5p)$**.** est la somme des 32 premiers termes de la suite arithmétique de premier terme $v_1 = 7$ et de raison $r = -5$.
On a $v_{32} = -148$, soit $\sum_{p=1}^{p=32} 12 - 5p = -2\,256$.

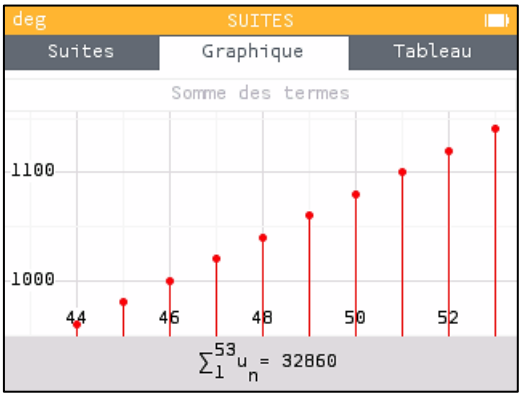
81 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. La valeur du premier terme est `5–7*i` pour `i` = 1, soit –2. La raison est –7.
2. La fonction calcule $u_1 + u_2 + \ldots + u_{34}$.

82 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

```
def somme_termes():
    S = 0
    for i in range(22):
        S = S + 84-3.5*i
    return (S)
```

83 **1.** Soit u_n le n-ième nombre impair.
Pour tout entier n, on a $u_{n+1} = u_n + 2$.
La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison 2. On a $u_n = 2n - 1$.
2. La somme des n premiers entiers naturels impairs est $n \times \frac{1+2n-1}{2}$ soit n^2.
3. 2 500

84 **1.** Pour tout entier n, on a $c_{n+1} = c_n + 20$.
La suite (c_n) est arithmétique de premier terme $c_1 = 100$ et de raison $r = 20$.
2. $c_n = 80 + 20n$
3. On a $c_{30} = 680$, soit $\sum_{i=1}^{i=30} c_i = 11\,700$.
4. On peut vérifier que l'on peut creuser un puits de 53 mètres pour un coût de 32 860 €.



85 **1.** Chaque semaine, le volume augmente de 0,1 mL par kg, donc la suite (V_n) est arithmétique de premier terme $V_1 = 120$ et de raison $r = 6$.
2. $V_n = 114 + 6n$
3. $V_{10} = 174$
4. $V_{21} = 240$. Le traitement dure 21 semaines.
5. Volume total $V_1 + \ldots + V_{21}$ soit 3 780 mL.

86 **1.** Soit c_n le nombre de cartes du n-ième étage en partant du haut.
(c_n) est une suite arithmétique de 1er terme $c_1 = 2$ et de raison $r = 3$.
Ainsi, pour tout entier n, $c_n = -1 + 3n$.
Au 10e étage, il y a 29 cartes et sur les 10 premiers étages, il y a 155 cartes.
2. À l'aide de la calculatrice ou d'un tableur, on peut vérifier que pour 25 étages, il faut 950 cartes et que pour 26 étages, il faut 1027 cartes.
On peut construire 25 étages avec 1 000 cartes. Il restera 50 cartes.

87 **1.** La suite p_n est arithmétique de terme général $p_n = 7\,760 - 200n$.
Le nombre de points obtenus lors de cette partie est : $\sum_{i=1}^{i=20} p_i = 113\,200$.
2. Au niveau 16, le score est 96 960 ; au niveau 17, il est de 101 320.
Chloé sera au niveau 17 quand son score dépassera 100 000 points.

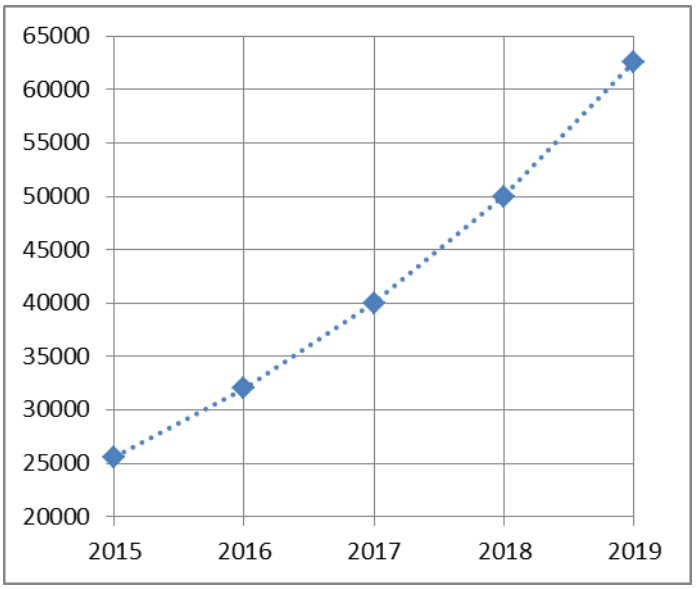
88 **1.** Non **2.** Oui

89 **1.** Non **2.** Oui

90 **1.** Non **2.** Oui

91 4 – 36 – 324

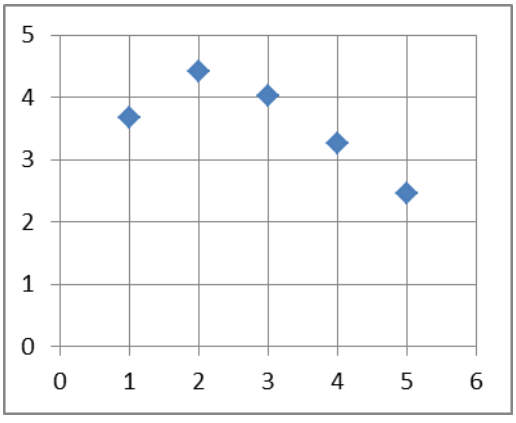
92 **1.**



Les points suivent une croissance exponentielle.

2. la population de kangourous suit une croissance exponentielle. Le quotient de deux termes consécutifs est toujours égal à 1,25.

93 **1.**



La concentration augmente, puis diminue donc la courbe passant par les points du nuage n'est pas monotone.
2. La concentration du médicament dans le sang ne suit pas une croissance exponentielle.

94 **1.** $u_n = 23 \times 1{,}5^n$
2. $u_{18} \approx 33\,991{,}513$

95 **1.** $u_n = 7 \times 3^n$
2. $u_{10} = 413\,343$
3. $n = 11$

96 **1.** $v_n = 5\,000 \times 0{,}4^{n-1}$
2. $v_8 = 8{,}192$
3. $n = 18$

97 **1.** $v_n = 365 \times 0{,}72^{n-1}$
2. $v_{20} \approx 0{,}71$

98 **1.** $u_n = 162 \times \left(\frac{1}{3}\right)^n = \frac{2}{3^{n-4}}$
2. $u_8 = \frac{2}{81} \approx 0{,}0247$

99 Réponse **c**.

100 **1.** $u_n = u_0 \times q^n$ soit $u_4 = 5 \times q^4$.
2. $q = 3$
3. $u_n = 5 \times 3^n$

101 $v_2 = 900 \times q^2$. Soit $q = 0{,}8$. Ainsi $v_{15} \approx 31{,}7$.

102 **1.** Enoncé vrai.
2. « Si (u_n) est une suite géométrique de raison 0,9, alors la suite (u_n) est telle que $u_n = 12 \times 0{,}9^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$. »
La réciproque est fausse : par exemple, $u_n = 10 \times 0{,}9^n$.

103 **1.** $d_1 = 55$; $d_2 = 30{,}25$; $d_3 = 16{,}6375$.
2. $d_{n+1} = 0{,}55d_n$. La suite (d_n) est géométrique de raison 0,55.
3. $d_n = 100 \times 0{,}55^n$
4. $d_9 \approx 0{,}46$ soit une intensité d'environ 0,46 décibels.

104 **1.** $P_n = 530 \times 1{,}22^n$.
2. En 2023 $P_4 \approx 1\,174{,}13$. Soit 1 174 loups.
3. Il faut 7 ans, soit en 2026.

105 **1.** $u_0 = 60$; $u_1 = 30$; $u_2 = 15$; $u_3 = 7{,}5$.
2. $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$. La suite (u_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.
3.a. $u_n = 60\times\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{60}{2^n}$
b. $u_5 = 60\times\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{15}{8} = 1{,}875$
4. $n = 8$
5. Il faut environ 8 demi-vies, soit 24 jours.

106 $S = 64 \times \frac{1-2{,}5^9}{1-2{,}5} = 162\,717{,}75$.

107 $\sum_{i=0}^{i=7} u_i = 30\,000 \times \frac{1-0{,}7^8}{1-0{,}7} = 94\,235{,}199$.

108 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. $\sum_{i=0}^{i=6} v_i = 2\,500 \times \frac{1-0{,}8^7}{1-0{,}8} = 9\,878{,}56$
2.

```
1  def somme(n):
2      v = 2500
3      S = v
4      for i in range (n):
5          v = v*0.8
6          S = S + v
7      return(S)
```

109 Réponses **b** et **d**.

110 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. $u_0 = 0{,}01$; $r = 2$.
2. La ligne **5** permet le calcul du terme suivant de la suite, le terme de rang k.
La ligne **6** permet le calcul de la somme partielle des k+1 premiers termes de la suite.
3. som_termes(12)
4. som_termes(17)

111 **a.** $\sum_{k=0}^{k=11} 6 \times 2^k = 6 \times \frac{1-2^{12}}{1-2} = 24\,570$
b. $\sum_{p=1}^{p=14} \left(2048 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{p-1}\right) = 2048 \times \frac{1-\left(\frac{3}{2}\right)^{14}}{1-\frac{3}{2}} = 1\,191\,646{,}25$

112 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

1. La valeur du premier terme est `3*4**i` pour `i` = 0, soit 3. La raison est 4.

2. La fonction calcule $u_0 + u_2 + \ldots + u_{11}$. Elle retourne la valeur 16 777 215.

113 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

```
def somme_termes():
    S = 0
    for i in range(15):
        S = S + 250*1.4**i
    return (S)
```

114 **1.** $c_1 = 153$; $c_2 = 156{,}06$.

2. $c_{n+1} = 1{,}02c_n$. La suite (c_n) est géométrique de raison 1,02.

3. $c_n = 150 \times 1{,}02^n$

4. En 2029, $c_9 \approx 179{,}26$ soit un versement de 179,26 €.

5. 1 642,46 €

115 On note a_n l'aire du n-ième triangle rectangle coloré.

(a_n) est une suite géométrique de 1er terme $a_1 = \frac{1}{2}c^2$ et de raison $\frac{1}{4}$.

Aire colorée : $a_1 + a_2 + \ldots + a_{10} = \frac{2}{3}c^2 \times \frac{4^{10}-1}{4^{10}} = \frac{349\,525}{524\,288}c^2$.

116 **1.** $h_n = 20 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$

2. $h_n \leq 0{,}001$ pour $n \geq 35$.

3. Distance totale parcourue : $h_0 + 2\sum_{k=1}^{k=34} h_k$, soit environ 139,993 mètres.

117 **1.** La suite (v_n) est géométrique de raison 1,016.

Pour tout entier n non nul, $v_n = 600 \times 1{,}016^n$.

2. Le 31 décembre 2029, le premier versement effectué le 1er janvier 2020 a été placé 10 ans, sa valeur acquise est $v_{10} = 600 \times 1{,}016^{10}$.

3. Le 31 décembre 2029, le deuxième versement effectué le 1er janvier 2021 a été placé 9 ans, sa valeur acquise est $v_9 = 600 \times 1{,}016^9$ et le troisième versement effectué le 1er janvier 2022 a été placé 8 ans, sa valeur acquise est $v_8 = 600 \times 1{,}016^8$.

4. Le 31 décembre 2029, le dernier versement effectué le 1er janvier 2029 a été placé 1 an, sa valeur acquise est $v_1 = 600 \times 1{,}016 = 609{,}60$.

5. $C = v_1 + v_2 + \ldots + v_{10}$ soit environ 6 554,17 €.

118 **1.** $p_2 = 193\,865$

2. La suite (p_n) est géométrique de raison 1,015.

3. $p_n = 191\,000 \times 1{,}015^{n-1}$

4.a. $p_{24} = 191\,000 \times 1{,}015^{23}$ soit environ 269 000 barils.

b. L'objectif est atteint.

5. Environ 5 469 002 barils.

119 **1.** $u_1 = 25\,540$; $u_2 = 26\,080$; $v_1 = 25\,500$; $v_2 = 26\,010$.

2. $u_n = 25\,000 + 540n$; $v_n = 25\,000 \times 1{,}02^n$.

3. En 2029, $u_9 = 29\,860$ et $v_9 \approx 29\,877{,}31$.

4. Total des salaires perçus pour le choix ① : $\sum_{i=0}^{i=9} u_i$ soit 274 300 €.

Total des salaires perçus pour le choix ② : $\sum_{i=0}^{i=9} v_i$ soit environ 273 743 €.

Le choix ① est le plus intéressant.

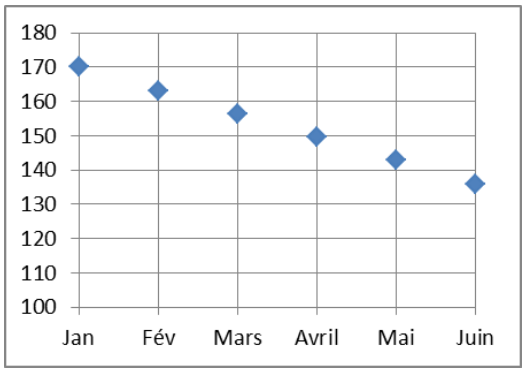
Pour travailler en autonomie

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

120 **1.** 93 **2.** $\frac{25}{12}$ **3.** $\frac{101}{20}$

121 **1.** Les trois nombres sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.
2. Les trois nombres ne sont pas les termes consécutifs d'une suite arithmétique.

122 **1.**



2. Les points sont alignés, la droite passant par ces points a une pente négative.
On peut considérer que le tirage moyen du quotidien suit une décroissance linéaire.

123 **1.** $u_n = -68 + 14n$
2. 45e terme $u_{44} = 548$.
3. $-68 + 14n > 700$, soit $n > 54{,}8$ environ. Le plus petit n est donc $n = 55$.

124 **1.** En 2021 : $a_1 = 4\,700$; en 2022 : $a_2 = 4\,400$.
2. Chaque année, la masse de rejets polluants est diminuée de 300 tonnes, on a $a_{n+1} = a_n - 300$. La suite (a_n) est arithmétique de raison -300.
3. $a_n = 5\,000 - 300n$
4. En 2030 : $a_{10} = 2\,000$; l'objectif sera atteint.

125 $\sum_{i=0}^{43} u_i = 44 \times \frac{u_0 + u_{43}}{2} = 8\,052$.

126 Réponses **b**, **c** et **d**.

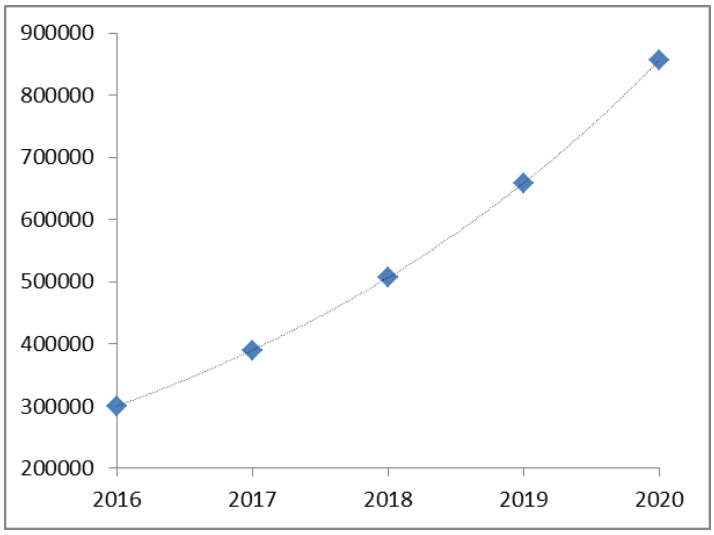
127 **1.** `=B2+2.5`
2. `=B7+C6`

128 **1.** 3 **2.** $\sqrt{3}$

129 **1.** Les trois nombres ne sont pas les termes consécutifs d'une suite géométrique.

2. Les trois nombres sont les termes consécutifs d'une suite géométrique.

130 **1.**



Les points ne sont pas alignés.

2. Les points suivent une courbe à l'allure d'une fonction exponentielle. On peut parler de croissance exponentielle pour le chiffre d'affaires.

131 **1.** $u_n = 374 \times 1{,}1^n$

2. 20e terme $u_{19} \approx 2\,287{,}35$.

3. $374 \times 1{,}1^n > 5\,000$, soit $n > 27{,}2$ environ. Le plus petit n est donc $n = 28$.

132 Réponses **a** et **d**.

133 **1.** (T_n) est une suite géométrique de premier terme $T_0 = 689$ et de raison 0,79.

2. $T_7 \approx 132$ Ko à l'unité près.

134 $\sum_{i=1}^{27} u_i = 49 \times \frac{1-0.98^{27}}{1-0.98} \approx 1\,030$.

135 **1.** $\sum_{i=1}^{11} u_i = 1920 \times \frac{1-2{,}5^{11}}{1-2{,}5} \approx 3\,0516\,298{,}13$.

2.

```
def somme(n):
    u = 1920
    S = u
    for i in range(2,n+1):
        u = u*2.5
        S = S+u
    return(S)
```

Pour aller plus loin

136 Si u_n est la longueur du n-ième demi-cercle, pour tout entier n, $n \geq 1$, $u_n = 2\pi \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.

1. $\sum_{i=1}^{i=6} u_i = \frac{1330\pi}{243} \approx 17{,}195$.

2. On veut le plus petit entier n tel que $\sum_{i=1}^{i=n} u_i \geq \frac{17\pi}{3}$ soit $n = 8$.

137 Si c_n est le coût du n-ième clou, pour tout entier n, $n \geq 1$, $c_n = 2 + 3n$.
$\sum_{i=1}^{i=32} c_i = 1648$, soit 1 648 sous.

138 Soit u_n le nombre de carreaux nécessaires pour le carrelage de n couronnes.
On a $u_n = (2n + 1)^2 - 1$.
Ainsi, le nombre de carreaux nécessaires est $(2 \times 157 + 1)^2 - 1 = 99\,224$.
Il manque 4 carreaux.

139 **1.a.** $U_1 = 1$
b. $U_{n+1} = U_n + (n + 1)^2$
2.a. $V_1 = 1$
b. $V_{n+1} - V_n = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6} - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = (n + 1)^2$, soit $V_{n+1} = V_n + (n + 1)^2$.
3. $V_1 = U_1$; la relation de récurrence permettant le calcul de V_{n+1} à partir de V_n est la même que celle permettant le calcul de U_{n+1} à partir de U_n.
On déduit que $U_n = V_n$ pour tout entier n, $n \geq 1$, soit $\sum_{k=1}^{k=n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

140 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

Partie A

1. $\frac{30\,000}{1{,}0175} \approx 29\,484{,}03$
2. $\frac{30\,000}{1{,}0175^2} \approx 28\,976{,}93$
3. Une valeur placée pendant n années à un taux de 1,75 % est multipliée par $1{,}0175^n$ donc $V_n \times 1{,}0175^n = 30\,000$ soit $V_n = \frac{30\,000}{1{,}0175^n}$.
4. $E = V_1 + \ldots + V_{10}$. On obtient $E = 273\,036{,}69$.

Partie B

1. $V_n \times 1{,}0175^n = a$ donc $V_n = \frac{a}{1{,}0175^n}$.
2. $S \approx 9{,}1012$
3. 350 000 est la somme des valeurs actuelles V_n donc $350\,000 = \sum_{k=1}^{k=10} \frac{a}{1{,}0175^k} = a \times S$.
4. $a \approx 38\,456{,}47$
5. Montant des intérêts : 34 564,70 €, ce qui représente 8,99 % des sommes versées.

Travaux pratiques

TP1 Étude de deux évolutions de salaires à l'aide d'un tableur

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

A. *Préparation d'une feuille de calcul*

1. Voir le fichier tableur mis à disposition.

2. `=A2+1`

3. `=B2+1`

4. Voir le fichier tableur mis à disposition.

5. $12 \times 1\,200 = 14\,400$

B. *Étude de la proposition de l'entreprise A*

1. $a_1 = 14\,400 + 12 \times 20 = 14\,640$

2. L'augmentation de 20 € du salaire mensuel équivaut à une augmentation de 240 € du salaire annuel.

Pour tout entier n, $n \geq 1$, on a $a_{n+1} = a_n + 240$. La suite est arithmétique de raison 240.

3. `=C2+240`

4. Voir le fichier tableur mis à disposition.

C. *Étude de la proposition de l'entreprise B*

1. b_{n+1} est obtenu en augmentant b_n de 1,5 % c'est-à-dire en le multipliant par 1,015.

Pour tout entier n, $n \geq 1$, on a $b_{n+1} = 1{,}015b_n$. La suite est géométrique de raison 1,015.

2. `=D2*1,015`

3. Ce sera l'année 2035.

4. Voir le fichier tableur mis à disposition.

D. *Comparaison des deux propositions*

1. `=C2.`

2. `=C3+E2`

3. Voir le fichier tableur mis à disposition.

4. Moundir doit choisir l'entreprise B.

5. Au bout de 23 ans, à partir de l'année 2042.

TP2 Calcul de la somme des *n* premiers carrés, des *n* premiers cubes ou des *n* premiers inverses avec Python

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

A. *Des empilements de boulets*

1. $b_2 = 4$; $b_3 = 9$.

2. $b_n = n^2$

3. Nombre de boulets sur 5 niveaux : $\sum_{i=1}^{i=5} b_i = \sum_{i=1}^{i=5} i^2 = 55$.

4.a. Le nombre 1 correspond à la première valeur de l'indice i pour laquelle la boucle for est effectuée et le nombre 6 correspond à la première valeur de l'indice i pour laquelle la boucle for n'est plus effectuée.

b. Remplacer `for i in range(1,6)` par `for i in range(1,9)`.

5.a.

```
10 def boulets_n(n):
11     S = 0
12     for i in range(1,n+1):
13         S = S + i*i
14     return(S)
```

b. $\sum_{i=1}^{i=6} i^2 = 91$

B. *Combien de niveaux à empiler ?*

1. On ne sait pas à l'avance le nombre de fois où la boucle doit être exécutée.

2. Ces lignes permettent de compter le nombre de fois où la boucle va être exécutée avec une initialisation du compteur ligne **2** et une incrémentation du compteur à chaque passage dans la boucle while ligne **5**.

3.a. La valeur retournée est le nombre minimum de niveaux nécessaires au rangement.de 385 boulets.

b. La fonction `boulets2(385)` retourne la valeur 10.

$\sum_{i=1}^{i=10} i^2 \geq 385$

C. *Somme des n premiers cubes ou des n premiers inverses avec Python*

1.

```
1 def cubes(n):
2     S = 0
3     for i in range(1,n+1):
4         S = S + i**3
5     return(S)
```

2.

```
10 def inverses(n):
11     S = 0
12     for i in range(1,n+1):
13         S = S + 1/i
14     return(S)
```

3.

```
20  def cubes2():
21      k = 0
22      S = 0
23      while S <= 100000:
24          k = k+1
25          S = S + k**3
26      return(k)
```

4.

```
30  def inverses2():
31      k = 0
32      S = 0
33      while S <= 4:
34          k = k+1
35          S = S + 1/k
36      return(k)
```

Cap vers le Bac

Automatismes

1. $(x - 2)(4x - 17)$
2. $n^2 - 9$ soit 247.
3. $S =]0 ; 4[$
4. $S = \{0 ; 2\}$
5. $S =]-\infty ; -1] \cup [3 ; +\infty[$
6. $[1 ; +\infty[$
7. 15
8. $P(A) = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$; $P(G \cap E) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$; $P_F(E) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.
9. $\frac{7}{8}$: on cherche la probabilité de l'événement contraire.

Sujet A

1. Réponse **c**.
2. Réponse **c**.
3. Réponse **d.**
4. Réponse **d**.

Sujet B

1. Réponse **c**.
2. Réponse **c**.
3. Réponse **c**.
4. Réponse **c**.
5. Réponse **d**.

Sujet C

Partie 1. Utilisation d'un tableur

1. `=C2*0,9`
2. `=C3*0,9`
3. `=SOMME(B2:B13)`

Partie 2. Comparaison de deux suites

1.a. (u_n) est une suite arithmétique de raison -30.
b. $u_{12} = 70$
c. 2 820,00 €
2.a. (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9.
b. $v_{12} \approx 125{,}52$
c. Environ 2 870,28 €.
3. Le plan ②.

Sujet D

Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

1. $u_n = 1\,400 \times 1{,}03^{n-1}$

2. $u_{13} \approx 1\,996{,}06$ soit environ 1 996 journaux lus.

3. $\sum_{i=1}^{52} u_i = 1\,400 \times \frac{1-1{,}03^{52}}{1-1{,}03}$ soit environ 170 375 journaux lus.

Revoir des points essentiels

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles sur le site élève lycee.editions-bordas.fr.

141 $u_n = 126 - 18n$ et $u_{16} = -162$.

142 $u_n = 30 + 2{,}5(n - 1) = 27{,}5 + 2{,}5n$ et $u_{32} = 107{,}5$.

143 $v_n = 31\,250 \times 0{,}6^n$ et $v_{10} \approx 188{,}96$.

144 $v_n = 2 \times 4^{n-1}$ et $v_{14} = 134\,217\,728$.

Chapitre 2
Fonctions exponentielles et fonction logarithme décimal

A Notre point de vue

1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

Ce chapitre traite des fonctions exponentielles de base a et de la fonction logarithme décimal. Il est composé de trois parties.

La première partie est consacrée aux fonctions exponentielles de base a, fonctions introduites dans l'**activité 1** où il s'agit de modéliser l'évolution d'une population de bactéries, d'abord à l'aide d'une suite géométrique, puis à l'aide d'une fonction que l'on construit comme prolongement à des valeurs non entières positives de cette suite géométrique.
Les propriétés algébriques, introduites dans l'**activité 2**, sont admises.

La seconde partie du chapitre est consacrée à la fonction logarithme décimal, introduite dans l'**activité 4** à partir de la résolution graphique, à l'aide d'un logiciel, d'équations du type $10^x = b$.
Les propriétés algébriques sont introduites dans l'**activité 3** avec une approche historique. Elles sont démontrées dans le cours et dans les exercices **166** et **167**.

La dernière partie est consacrée aux applications du logarithme décimal : calcul d'un taux moyen, détermination de l'ordre de grandeur d'un nombre strictement positif, utilisation de repères semi-logarithmiques ou logarithmiques.

2 Les objectifs des activités

L'**activité 1** permet d'introduire les fonctions exponentielles de base a comme prolongements à des valeurs non entières de suites géométriques.
L'**activité 2** a pour objectif de raviver les connaissances sur les propriétés des puissances entières et de conjecturer que ces propriétés sont encore vraies pour des puissances non entières.
L'**activité 3** introduit les propriétés du logarithme à travers une approche historique.

L'**activité 4** introduit le logarithme décimal à partir de la résolution graphique, à l'aide d'un logiciel, d'équations du type $10^x = b$.
Les **activités 5 et 6** introduisent les échelles logarithmiques.

3 Exercices, TP et algorithmes

Les exercices sont progressifs, allant des applications directes du cours (utilisation des propriétés ou résolution d'équations et inéquations) à des études de fonctions dans le cadre de la résolution de problèmes dans des domaines variés : SVT, physique ou économie.
Dans le **TP1**, il s'agit d'intercaler entre deux points déjà construits un troisième point ayant pour abscisse (respectivement pour ordonnée) la moyenne arithmétique (respectivement géométrique) des abscisses (respectivement des ordonnées) des deux points initiaux.
Le **TP2** est consacré à l'utilisation du logarithme décimal en astronomie, avec l'étude de la magnitude d'un astre.

B Se tester pour un bon départ

1 $\frac{14\,725-15\,500}{15\,500} \approx -0{,}05$
La population a diminué d'environ 5 %.

2 **1.** Faux : l'augmentation globale est d'environ 9,71 %.

2. Faux : le capital n'a pas été multiplié par 2, mais par $1{,}03^{20}$, soit environ 1,8.

3 **1.** La raison de (u_n) est 2 ; celle de (v_n) est 0,5.
2. La croissance de (u_n) est exponentielle.

4 **1.** Réponse **a.**
2. Réponse **d.**

5 **a.** Faux
b. Vrai
c. Vrai

6 **1.** Réponses **a.** et **d.**
2. Réponses **a.** et **c.**
3. Réponses **b.** et **d.**

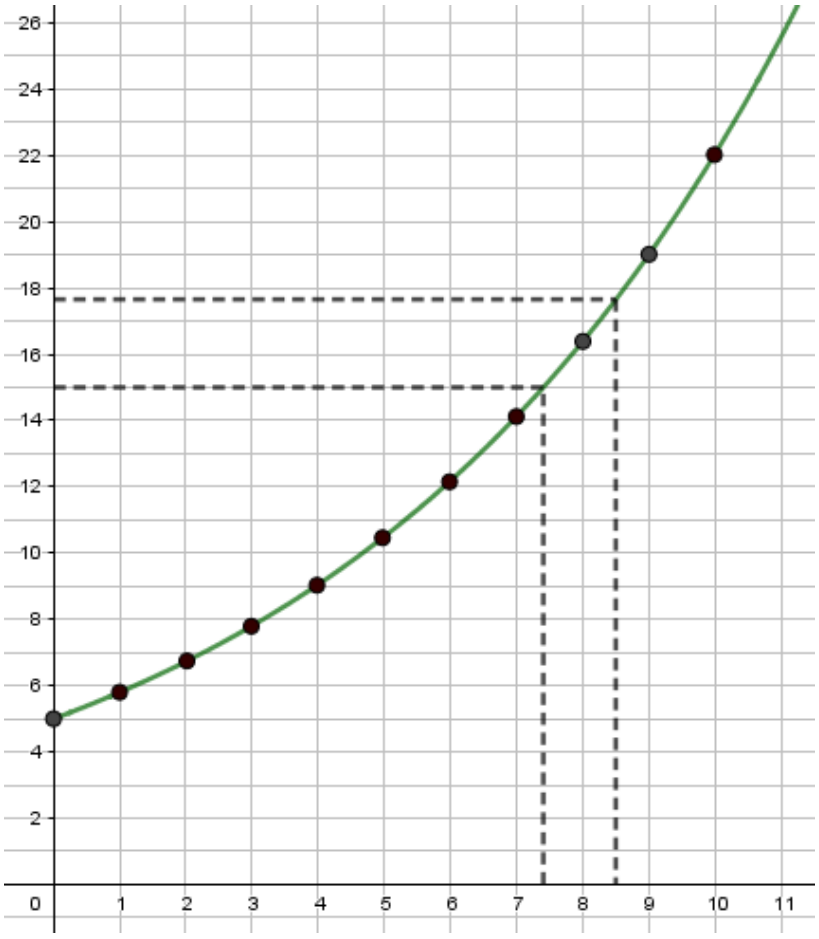
7 $A = a^{n+3}$
$B = a^{2n}$
$C = a^{-n}$
$D = a^{n-4}$

C Activités

Activité 1 Une croissance exponentielle

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. La suite (c_n) est géométrique de raison $q = 1{,}16$ et de premier terme $c_0 = 5$.
b. $c_n = 5 \times 1{,}16^n$
c. La suite (c_n) est croissante car $c_0 > 0$ et $1{,}16 > 1$.
d. À 0,1 près, $c_8 \approx 16{,}4$ et $c_9 \approx 19$.
Au bout de 85 minutes, c'est-à-dire au bout de 8,5 dizaines de minutes, la concentration en bactéries est comprise entre 16,4 millions par mL et 19 millions par mL.
e. Le plus petit entier naturel n tel que $5 \times 1{,}16^n > 15$ est 8.
Au bout de 8 dizaines de minutes la concentration en bactéries dépasse 15 millions par mL
2. a. et **b.**



c. La fonction f semble croissante.
d. Par lecture graphique :
- au bout d'une heure et 25 minutes, la concentration en bactéries est d'environ 17,7 millions par mL ;
- la concentration en bactéries dépasse 15 millions par mL au bout d'environ 74 minutes.

Activité 2 Avec des exposants réels

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. $1{,}2^3 \times 1{,}2^{25} = 1{,}2^{28}$ car pour a réel non nul et n et m entiers naturels $a^n \times a^m = a^{n+m}$.

$(1{,}2^{32})^3 = 1{,}2^{96}$ car pour a réel strictement positif et n et m entiers naturels $(a^n)^m = a^{n \times m}$.

b. À 0,01 près :

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a^x	a^y	$a^x \times a^y$	a^{x+y}	$(a^x)^3$	a^{3x}
$3{,}1^{1,2}$	$3{,}1^{2,5}$	65,77	65,77	58,74	58,74
$4^{0,25}$	$4^{1,75}$	16	16	2,83	2,83
$7^{3,2}$	7^{-3}	1,48	1,48	129 700 360,8	129 700 360,8
$0{,}2^{0,3}$	$0{,}2^{0,7}$	0,2	0,2	0,23	0,23

c. Les contenus des colonnes (**3**) et (**4**) sont identiques ; les contenus des colonnes (**5**) et (**6**) sont identiques.

2. a. $\frac{1}{1{,}2^{11}} = 1{,}2^{-11}$ car pour a réel non nul et n entier naturel, $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.

$\frac{1{,}2^{20}}{1{,}2^{11}} = 1{,}2^9$ car pour a réel non nul et n et m entiers naturels, $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

b. À 0,01 près :

$\frac{1}{5^{0,1}} \approx 0{,}85$

$5^{-0,1} \approx 0{,}85$

$\frac{5^{3,2}}{5^{1,7}} \approx 11{,}18$

$5^{1,5} \approx 11{,}18$

3. Les propriétés sur les puissances entières semblent encore vraies pour des puissances non entières.

Activité 3 Des produits transformés en sommes

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. Le logarithme est défini comme le nombre d'une suite arithmétique qui correspond au nombre de « même rang » d'une suite géométrique.
La progression géométrique citée en exemple est : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 ; 32 ; 64 ; 128.
La progression arithmétique est : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7.
b. Selon cette définition :
le logarithme de 256 est 8.
Le nombre qui a pour logarithme 9 est 512.
c. Selon cette définition :
Le logarithme de 4 est 2, celui de 8 est 3 et celui de 32 est 5.
Le logarithme de 32 est la somme du logarithme de 4 et de celui de 8.
2. a. La propriété énoncée est : le logarithme du produit de deux nombres est égal à la somme des logarithmes de ces deux nombres.
b. L'exemple cité est celui de la question **1. c.**
c. Autres exemples :
Le logarithme de 32 est la somme du logarithme de 16 et de celui de 2.
Le logarithme de 128 est la somme du logarithme de 16 et de celui de 8.

Activité 4 Une nouvelle fonction

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

Un fichier logiciel est disponible dans le manuel numérique enseignant.

1. a. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

b. À 0,1 près, la solution est -0,3.

2. À 0,1 près :

b	0,1	0,2	0,5	1	2	5	8	10	15
Solution de $10^x = b$	-1	-0,7	-0,3	0	0,3	0,7	0,9	1	1,2

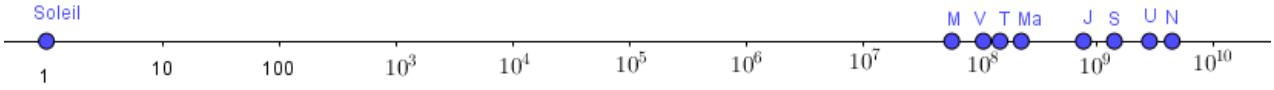
3.



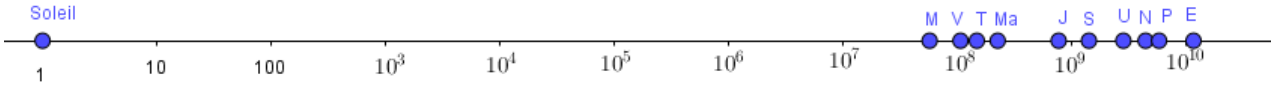
Activité 5 Des distances astronomiques

1. a. La distance moyenne du Soleil à Neptune est de $4{,}495 \times 10^9$ km.
En choisissant 1 cm pour 100 millions de kilomètres, il faut 44,95 cm.
On ne peut pas choisir cette unité.
b. On peut choisir 1 cm pour 225 millions de kilomètres
Mercure sera alors placé à environ 0,26 cm, Vénus à 0,48 cm, la Terre à 0,67 cm, etc.
Le graphique sera difficilement exploitable.
2. a. b. et **c.**

Planètes	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
d	58×10^6	108×10^6	150×10^6	228×10^6	779×10^6	$1{,}434\times10^9$	$2{,}871\times10^9$	$4{,}495\times10^9$
log(*d*)	7,8	8	8,2	8,4	8,9	9,2	9,5	9,7



3. On place Pluton à environ 9,8 cm, et Eris à environ 10,1 cm.



Activité 6 Une nouvelle échelle

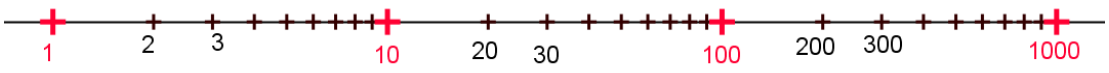
1. a. log(1) = 0 ; log(10) = 1 ; log(100) = 2 et log(1 000) = 3.
b. voir graphique question **4.**
c. Dans le cas d'une échelle linéaire, on ajoute 1.
Dans le cas d'une échelle logarithmique, on multiplie par 10:

2. log(2) ≈ 0,3 ; log(3) ≈ 0,48 ; log(4) ≈ 0,6 ; log(5) ≈ 0,7 ;
log(6) ≈ 0,78 ; log(7) ≈ 0,85 ; log(8) ≈ 0,9 ; log(9) ≈ 0,95.
Voir graphique question **4.**

3. a. $\log(200) - \log(100) = \log(\frac{200}{100}) = \log(2)$
$\log(20) - \log(10) = \log(\frac{20}{10}) = \log(2)$
$\log(2) - \log(1) = \log(2) - 0 = \log(2)$
donc $\log(200) - \log(100) = \log(20) - \log(10) = \log(2) - \log(1)$
Voir graphique question **4.**

b. $\log(300) - \log(200) = \log(\frac{300}{200}) = \log(\frac{3}{2})$
$\log(30) - \log(20) = \log(\frac{30}{20}) = = \log(\frac{3}{2})$
$\log(3) - \log(2) = \log(\frac{3}{2})$
donc $\log(300) - \log(200) = \log(30) - \log(20) = \log(3) - \log(2)$
Voir graphique question **4.**

4.



D Exercices

Automatismes et rituels

1 **a.** $\frac{4}{3} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$
b. $2 + 0{,}2 = \frac{11}{5}$
c. $0{,}25 \times 5 = \frac{5}{4}$

2 **a.** $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 0{,}45$
b. $\frac{3}{50} + 1 = 1{,}06$
c. $0{,}5 \times \frac{1}{2} = 0{,}25$

3 **a.** 100 centilitres
b. 300 centilitres
c. 25 centilitres
d. 20 centilitres

4 **a.** $f(-1) = -\frac{1}{3}$
b. $g(-1) = -27$

5 **a.** $f'(x) = 2x - 1$
b. $g'(x) = x + 2$

6 $A = 5{,}1 \times 10^{12}$
$B = 3{,}2 \times 10^{15}$
$C = 6{,}7 \times 10^{-27}$

7 $A = 2{,}42$
$B = 102\,306$

8 **1.** Réponse **b.**
2. Réponse **b.**

9 $A(x) = 9x^2 + 12x + 4$
$B(x) = 2x^2 - 5x + 2$

10 $A(x) = x(x - 3)(x + 3)$
$B(x) = (x - 1)^2$

11 **1.** Faux.
$x^3 = 2x$ équivaut à $x^2 = 2$ ou $x = 0$.
b. Faux
Les solutions sont $-\sqrt{0,1}$ et $\sqrt{0,1}$.
c. Vrai

12 On écrit $\frac{x+1}{x+2} + 3$ sous la forme d'un quotient, puis dans un tableau de signes, on étudie le signe du numérateur et celui du dénominateur.

13 La valeur retournée est 25.

14 Réponse **b.**

15

```
s←1
Pour k variant de 1 à 9
    | s ← s + 2k+1
Fin Pour
```

Maîtriser les bases

16 **1.** f est croissante car $2,7 > 1$.
2. g est décroissante car $0 < 0,4 < 1$.

17 **1.** f est croissante sur $\mathbb{R}$.
2. a. f et g ont les mêmes variations car $20 > 0$.
b. g est croissante sur $\mathbb{R}$.

18 **1.** f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
2. a. f et g ont des variations contraires car $-10 < 0$.
b. g est croissante sur $\mathbb{R}$.

19 **1.** f est croissante sur $\mathbb{R}$.
2. g est croissante sur $\mathbb{R}$.
h est décroissante sur $\mathbb{R}$.

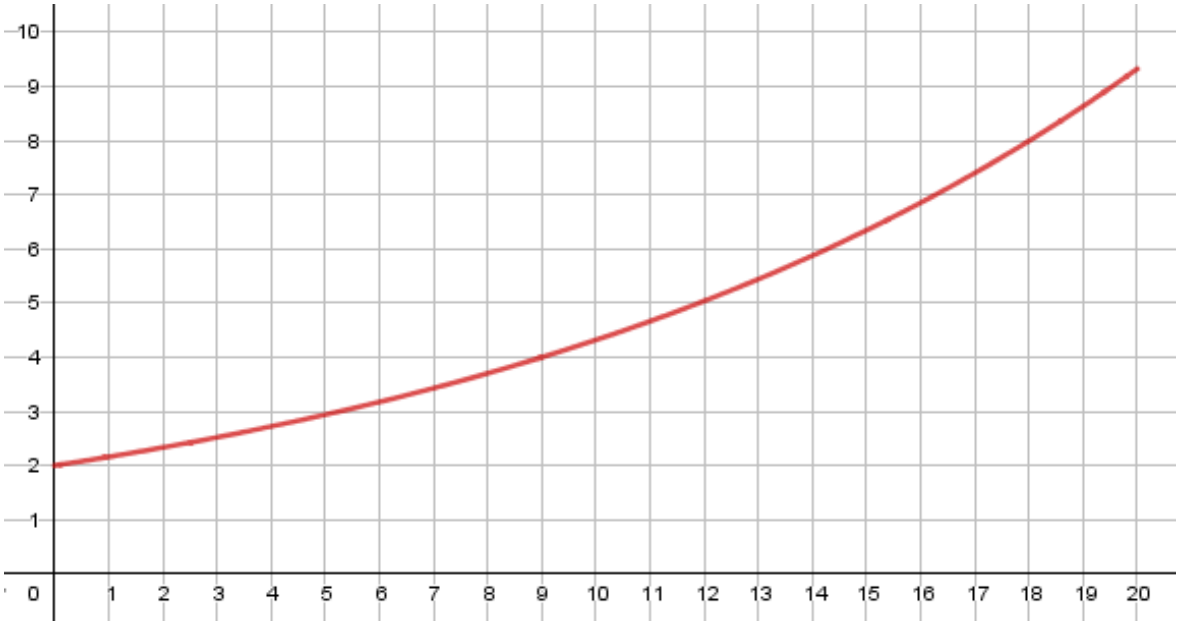
20 **1.** f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
2. g est décroissante sur $\mathbb{R}$. h est croissante sur $\mathbb{R}$.

21 **1.** La courbe qui représente f est la courbe verte et celle qui représente g est la courbe rouge.
2. $0,3^{-1} > 0,3^2$

22 **1.** f est croissante sur $[0 ; 20]$.
2.

v	0	5	10	15	20
$f(v)$	2	2,9	4,3	6,3	9,3

3. a.



b. La concentration de lactate dépasse 8 mmol.L^{-1} lorsque v est supérieure à 18 km.h^{-1}.

23 **1.** Réponse **a.**
2. Réponse **c.**
3. Réponse **b.**

24 **a.** $a^4 \times a^{3,1} = a^{7,1}$
b. $a^{10} \times a^{-0,5} = a^{9,5}$
c. $a^{-20,8} \times a^{-2} = a^{-22,8}$

25 **a.** $\frac{1}{a^2} = a^{-2}$
b. $\frac{1}{a^{-10,7}} = a^{10,7}$
c. $\frac{1}{a} = a^{-1}$

26 **a.** $\frac{a^{3,7}}{a^3} = a^{0,7}$
b. $\frac{a^{-12,9}}{a^7} = a^{-19,9}$
c. $\frac{a^{-2}}{a^{-5,1}} = a^{3,1}$

27 **a.** $(a^{3,2})^2 = a^{6,4}$
b. $(a^{-0,1})^6 = a^{-0,6}$
c. $(a^{-2,2})^{-3} = a^{6,6}$

28 **a.** $2^x \times 2^5 = 2^{x+5}$
b. $2^{x+1} \times 2^{2,5} = 2^{x+3,5}$
c. $2^{2x} \times 2^{-1} = 2^{2x-1}$

29 **a.** $2^x \times 2^x = 2^{2x}$
b. $2^x \times 2^{-x} = 2^0 = 1$
c. $2^{1-x} \times 2^{-1+2x} = 2^x$

30 **a.** $(2^x)^4 = 2^{4x}$
b. $(2^{2x})^{-1} = 2^{-2x}$
c. $(2^{-x+1})^3 = 2^{-3x+3}$

31 **a.** $\frac{2^{5x}}{2^3} = 2^{5x-3}$
b. $\frac{2^{35x}}{2^{2x}} = 2^{33x}$
c. $\frac{2^{2x+1}}{2^{x+2}} = 2^{x-1}$

32 **1.** $x = 2$. $\log(100) = 2$
2. $\log(10^{1,8}) = 1,8$
3. $10^{\log(12)} = 12$.

33 $\log(1\,737,8) \approx 3,24$

34 $\log(1) = 0$; $\log(10) = 1$; $\log(10^2) = 2$ et $\log(1\,000) = 3$.

35 $\log(10^{-1}) = -1$; $\log(10^{-2,5}) = -2,5$; $\log(0,01) = -2$ et $\log(10^{7,2}) = 7,2$.

36 $a = 5$, $b = 3,2$ et $c = -2$

37 **1.** La fonction log est croissante sur $]0 ; +\infty[$.
2. $\log(0,1) < \log(0,8) < \log(1) < \log(3)$

38 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr*

1. $\log(a)$ est négatif si $0 < a < 1$.
$\log(a)$ est positif si $a > 1$.
2. $\log(0,2)$ est négatif car $0 < 0,2 < 1$.
$\log(0,9)$ est négatif car $0 < 0,9 < 1$.
$\log(1,6)$ et $\log(5,01)$ ne sont pas négatifs car $1,6 > 1$ et $5,01 > 1$.

39 **1.** $\log(0,1)$ est négatif car $0 < 0,1 < 1$.
2. $\log(0,8)$ est négatif car $0 < 0,8 < 1$.
$\log(0,15)$ est négatif car $0 < 0,15 < 1$.
$\log(1,05)$ et $\log(\frac{11}{2})$ ne sont pas négatifs car $1,05 > 1$ et $\frac{11}{2} > 1$.

40 $\log(10,2) > 0$; $\log(0,12) < 0$; $\log(\frac{1}{2}) < 0$ et $\log(2,01) > 0$.

41 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr*
$2 \leq \log(182) \leq 3$

42 **1.** $10^3 \leq 1\,789 \leq 10^4$.
2. On en déduit que $\log(10^3) \leq \log(1\,789) \leq \log(10^4)$
donc $3 \leq \log(1\,789) \leq 4$.

43 **a.** $\log(10) = \log(5 \times 2) = \log(5) + \log(2)$ car $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$ pour $a > 0$ et $b > 0$.
b. $\log(0,5) = \log(\frac{1}{2}) = -\log(2)$ car $\log(\frac{1}{b}) = -\log(b)$ pour $b > 0$.
c. $\log(\frac{3}{2}) = \log(3) - \log(2)$ car $\log(\frac{a}{b}) = \log(a) - \log(b)$ pour $a > 0$ et $b > 0$.
d. $\log(2^3) = 3\log(2)$ car $\log(a^n) = n\log(a)$ pour $a > 0$ et $n \in \mathbb{N}$.

44 **1.** $\log(a^2) = 2\log(a)$ donc $\log(a^2) = 10$.
2. $\log(a^3) = 15$ et $\log(a^4) = 20$.

45 **1.** $\log(ab) = \log(a) + \log(b) = 0{,}2 + 12 = 12{,}2$
2. a. $\log(\frac{1}{a}) = -\log(a)$ et $\log(\frac{b}{a}) = \log(b) - \log(a)$.
b. $\log(\frac{1}{a}) = -0{,}2$ et $\log(\frac{b}{a}) = 11{,}8$.

46 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr*

Pour les questions **a**, **b** et **c**, on utilise la propriété : pour $a > 0$ et $n \in \mathbb{N}$, $\log(a^n) = n\log(a)$.
a. $\log(4) = \log(2^2) = 2\log(2)$
b. $\log(9) = \log(3^2) = 2\log(3)$
c. $\log(8) = \log(2^3) = 3\log(2)$
d. $\log(2) + \log(3) = \log(2 \times 3) = \log(6)$ car pour $a > 0$ et $b > 0$, $\log(a) + \log(b) = \log(a \times b)$.

47 $\log(200) + \log(5) = \log(200 \times 5) = \log(10^3) = 3$
$\log(200) - \log(20) = \log(\frac{200}{20}) = \log(10) = 1$
$2\log(5) + \log(4) = \log(5^2 \times 4) = \log(100) = 2$

48 **1.** Réponse **a.**
2. Réponse **d.**

49 **1.** $3^x = 4$ équivaut à $\log(3^x) = \log(4)$ et donc à $x\log(3) = \log(4)$.
2. Solution : $\frac{\log(4)}{\log(3)}$.

50 **1.** $9^x \leq 4$ équivaut à $\log(9^x) \leq \log(4)$ et donc à $x\log(9) \leq \log(4)$.
2. $\log(9) > 0$
3. Ensemble des solutions : $]-\infty ; \frac{\log(4)}{\log(3)}]$.

51 **1.** $0{,}3^x \leq 2$ équivaut à $\log(0{,}3^x) \leq \log(2)$ et donc à $x\log(0{,}3) \leq \log(2)$.
2. $\log(0{,}3) < 0$
3. Ensemble des solutions : $[\frac{\log(2)}{\log(0{,}3)} ; +\infty[$.

52 **1.** $\frac{\log(780)}{\log(2)} \approx 9{,}6$
2. Le plus petit entier solution est 10.

53 *Errata : l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire : « Résoudre dans]0 ; +∞[».*

a. Solution : 10^8.
b. Solution : $10^{0,58}$.
c. Solution : $10^{\frac{2}{3}}$.

54 **1.** $x^{7,2} = 8$ équivaut à $\log(x^{7,2}) = \log(8)$ et donc à $7,2\log(x) = \log(8)$.
2. Cette équation est équivalente à $\log(x) = \dfrac{\log(8)}{7,2}$
et donc à $x = 10^{\frac{\log(8)}{7,2}}$.

55 **1.** $200 \times 1,15^n + 600 > 2\,000$ équivaut à $200 \times 1,15^n > 1\,400$ et donc à $1,15^n > 7$.
2. $1,15^n > 7$ équivaut à $n\log(1,15) > \log(7)$
et donc à $n > \dfrac{\log(7)}{\log(1,15)}$ puisque $\log(1,15) > 0$.
3. $\dfrac{\log(7)}{\log(1,15)} \approx 13,9$
Il y aura plus de 2 000 inscrits à partir de 2030.

56 Réponse **b.**

57 **1.** $28 < \log(a) < 29$
2. On en déduit que $10^{28} < 10^{\log(a)} < 10^{29}$.
Donc $10^{28} < a < 10^{29}$.

58 **a.** Solution : $10^{\frac{\log(2)}{3}}$.
b. Solution : $10^{\frac{\log(3)}{6}}$.
c. Solution : $10^{\frac{\log(1,2)}{12}}$.

59 On résout $(1 + t)^2 = 1,08$.

60 **1.** $12 < \log(a) < 13$
2. On en déduit que $10^{12} < 10^{\log(a)} < 10^{13}$.
Donc $10^{12} < a < 10^{13}$

61 $(a) = 100$ et $(b) = 1\,000$.

62 Entre 1 et 10 : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.
Entre 10 et 100 : 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 et 90.
Entre 100 et 1000 : 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 et 900.

63 A(1 ; 200) ; B(2 ; 5) ; C(4 ; 30) ; D(6 ; 600) ; E(7 ; 2) et F(9 ; 20).

64 *Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr*

A(2 ; 200) ; B(3 ; 5) ; C(40 ; 20) ; D(70 ; 2) ; E(200 ; 600) et F(800 ; 80).

Pour s'entraîner

65 f est décroissante.
g est décroissante.

66 f est croissante.
g est croissante.

67 f est décroissante.
g est croissante.

68 f est croissante.
g est décroissante.

69 La courbe qui représente f est C_3.
La courbe qui représente g est C_2.
La courbe qui représente h est C_4.
La courbe qui représente k est C_1.

70 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant*
Pour $a > 0$ et $k \neq 0$, on complète le programme de la façon suivante.

```
def varexpo(a,k):
    if (a>1 and k>0) or (a<1 and k<0):
        return("fonction croissante")
    else:
        return("fonction décroissante")
```

71 **1. a.** $0{,}8^x \geq 0{,}8^y$
b. $12^x \leq 12^y$
2. a. $0{,}8^{1{,}2} \leq 0{,}8 \leq 0{,}8^{0{,}2} \leq 1 \leq 0{,}8^{-0{,}2}$
b. $12^{-1{,}2} \leq 12^{-1} \leq 1 \leq 12^{0{,}8} \leq 12^2$

72 $20^{-2} \leq 20^{-1{,}2} \leq 20^{0{,}2} \leq 20 \leq 20^{1{,}8}$

73 $0{,}15^{120} \leq 0{,}15^{108} \leq 1 \leq 0{,}15^{-105} \leq 0{,}15^{-180}$

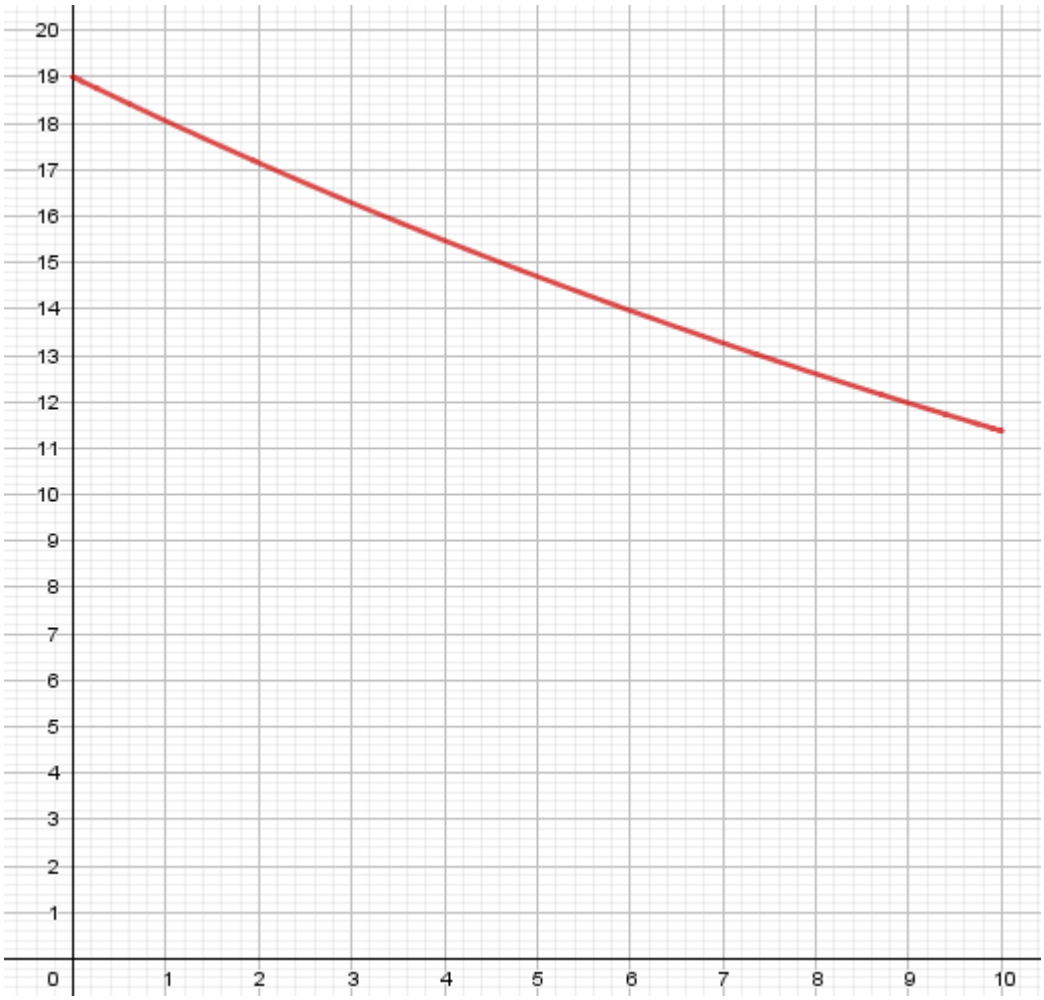
74 **1.** Faux car $0 < 0{,}5 < 1$.
2. Vrai
3. Vrai
4. Vrai

75 A et D.

76 B et *C*.

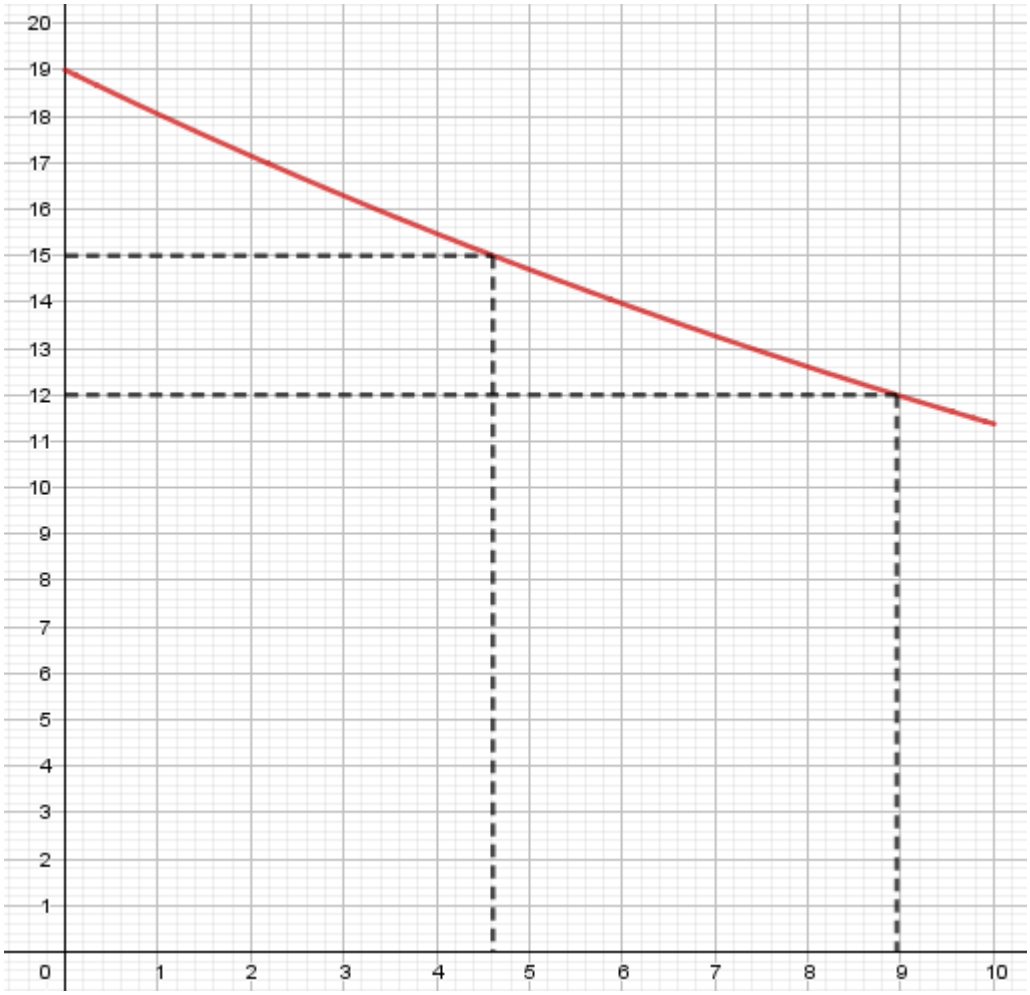
77 **1.** Cette proposition est fausse par exemple pour $a = 0{,}5$.
2. La proposition réciproque est :
« Si $a^x > a^y$ alors $x > y$ » .
Cette proposition est fausse. Par exemple, $0{,}5^2 > 0{,}5^3$ et $2 \leq 3$.

78 **1. a.** f est décroissante sur [0 ; 10].
b.



2. a. À l'arrêt du chauffage, la température est de 19 °C.
b. $f(2{,}5) \approx 16{,}7$
Après deux heures et demie, la température est d'environ 16,7 °C.

c.



La température devient égale à 15°C au bout d'environ 4 heures et demie.
Il faut environ 4 heures et demie pour passer de 15 °C à 12°C.

79 $A = 2^{8,3}$ et $B = 10^{-0,4}$.

80 $A = 0,5^{11,5}$ et $B = 11^{5,5}$.

81 $A = 12^{3,5}$ et $B = 3^{-9,8}$.

82 $A = 5^{10,3}$ et $B = 2^{17,5}$.

83 $A = 5^{7x+6}$ et $B = 11^{12-3x}$.

84 $A = 0,5^{1-3x}$ et $B = 7^{8-7x}$.

85 $A = 10^{-6+5x}$ et $B = 3^{-2x}$.

86 $A = 2^{-4+4x}$ et $B = 5^{-13+7x}$.

87 *Errata : l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire à la question* ***2. a.***
« Calculer $\frac{N(t+35)}{N(t)}$ pour tout réel t positif. »

1. Au bout de 1 h 10 min, il y a environ 400 bactéries.

2. a. Pour tout réel t positif, $\frac{N(t+35)}{N(t)} = 1{,}02^{35}$.

b. Comme $1{,}02^{35} \approx 2$, toutes les 35 minutes, le nombre de bactéries double.

88 **1.** Pour tout réel x de $[0 ; 9]$, $f(x+3) = 10 \times 0{,}794^{x+3} = 10 \times 0{,}794^{x} \times 0{,}794^{3} = 0{,}794^{3} f(x)$.

2. a.

x	0	3	6	9	12
$f(x)$	10	5	2,5	1,25	0,625

b.



89 $A = 5\log(x)$
$B = 2\log(x) + \log(y)$
$C = -\log(x) - \log(y)$

90 $A = 2\log(x) + \log(y)$
$B = 2\log(x) - 5\log(y)$
$C = \log(x) - \log(y)$

91 $A = 4\log(b) = 200$
$B = 10 + 7\log(b) = 360$
$C = -5\log(b) - 3 = -253$

92 $A = 12 - 4(\log(100) + \log(x) - \log(7))$
donc $A = 12 - 4(2 + \log(x) - \log(7))$
soit $A = 4 + 4\log(7) - 4\log(x)$.

93 $B = 2(\log(0{,}01) - \log(3x^2)) + 7$
donc $B = 2(-2 - \log(3) - 2\log(x)) + 7$
soit $B = 3 - 2\log(3) - 4\log(x)$.

94 $A = \log(72)$
$B = \log(\frac{1}{250})$

95 $A = \log(\frac{3}{16})$
$B = \log(40)$

96 $5\log(10^{-1}) - \log(2 \times 10^{-7}) = \log(10^{-5}) - \log(2 \times 10^{-7})$
$= \log(\frac{10^{-5}}{2\times10^{-7}})$
$= \log(\frac{10^2}{2})$
$= \log(50)$

97 $\log(10{,}5) - 2\log(10) - \log(0{,}5) = \log(10{,}5) - \log(100) - \log(0{,}5)$
$= \log(\frac{10{,}5}{100\times0{,}5})$
$= \log(0{,}21)$

98 $A = -\log(2)$ donc $A \approx -0{,}3010$.
$B = \log(2) + \log(3)$ donc $B \approx 0{,}7781$.
$C = 4\log(2)$ donc $C \approx 1{,}204$.
$D = 2\log(2) + \log(5)$ donc D $\approx 1{,}301$.
$E = \log(3) + \log(5) + 1$ donc $E \approx 2{,}1761$.
$F = 2\log(2) + 3$ donc $F \approx 3{,}602$.

99 **a.** $A = 4\log(2)$
$B = 7\log(2)$
$C = -\log(2)$
$D = 2\log(2)$

100 **1.** $1 + \log(16) = \log(10) + \log(16) = \log(160)$
2. $A = \log(1600)$
$B = \log(2)$
$C = \log(1{,}02)$
$D = \log(90)$

101 **a.** $f(3x) = 2 + 5\log(3x)$
donc $f(3x) = 2 + 5\log(3) + 5\log(x)$
soit $f(3x) = f(x) + 5\log(3)$
b. $f(10x) = 2 + 5\log(10x)$
donc $f(10x) = 2 + 5\log(10) + 5\log(x)$
soit $f(10x) = f(x) + 5$

102 **a.** Vrai
$\log(30) - \log(20) = \log\left(\frac{30}{20}\right) = \log\left(\frac{3\,000}{2\,000}\right) = \log(3\,000) - \log(2\,000)$
b. Vrai.
$\log(15) + \log(2) = \log(15 \times 2) = \log(30) = \log(5 \times 6) = \log(5) + \log(6)$
c. Vrai.
$10^{7\log(3)} = \left(10^{\log(3)}\right)^7 = 3^7$
d. Vrai.
$\log(50) - 3 = \log(50) - \log(1000) = \log\left(\frac{50}{1000}\right) = \log(0{,}05)$
e. Faux.
$\frac{\log(3{,}2)}{\log(2{,}5)} \approx 1{,}27$ et $\frac{\log(32)}{\log(25)} \approx 1{,}08$.

103 **1.** Le pH est, à 0,1 près, de 5,4.
2. Lorsque la concentration est divisée par 10, le pH augmente de 1.
Lorsque la concentration est multipliée par 100, le pH diminue de 2.
3. a. pH = -log(C) donc log(C) = -PH et par conséquent, $C=10^{-pH}$
b. La concentration est d'environ $3{,}16 \times 10^{-7}$.
c. Lorsque le pH diminue de 1, la concentration est multipliée par 10.
Lorsque le pH augmente de 2, la concentration est divisée par 100.

104 *Errata : l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire à la question* ***2.***
« Comment évolue le niveau d'intensité sonore lorsque l'intensité d'un bruit ».

1. Le niveau d'intensité sonore est égal à 0.
2. a. Lorsque l'intensité est doublée, le niveau d'intensité sonore augmente de 10log(2).
b. Lorsque l'intensité est divisée par 4, le niveau d'intensité sonore diminue de 10log(4), soit 20log(2).
3. a. $10^{-3,5}$ W.m^{-2}
b. 1 W.m^{-2}

105 **1.** À 1 % près,
- au bout de 2 ans, 91 % des personnes ont un contrat de travail ;
- au bout de 3 ans, 92,8 % des personnes ont un contrat de travail ;
- au bout de 6 mois, 85 % des personnes ont un contrat de travail.

2. a. Pour tout réel x de $[\frac{1}{12} ; 4]$, $f(2x) = 88 + 10 \times \log(2x)$.
Donc $f(2x) = 88 + 10(\log(2) + \log(x)) = f(x) + 10\log(2)$.

b.

x	0,25	0,5	1	2	4	8
$f(x)$	82	85	88	91	94	97

3. a. L'ensemble des solutions est $]10^{0,6}$; 8].
b. À partir d'environ 4 ans, plus de 94 % des personnes ont un contrat de travail.

106 **a.** Solution : $x = \dfrac{\log(9,5)}{\log(13)}$.
b. Solution : $x = \dfrac{\log(15)}{\log(2,3)}$.

107 **a.** Solution : $x = 1$.
b. Solution : $x = \log(2)$.

108 **a.** Solution : $x = \dfrac{\log\left(\frac{4}{3}\right)}{\log(11)}$.
b. Solution : $x = \dfrac{\log(4,9)}{\log(3)}$.

109 **a.** Solution : $x = \dfrac{\log(1,8)}{\log(0,2)}$.
b. Solution : $x = \dfrac{\log(6)}{\log(2)} - 1$.

110 **a.** Solution : $x = \dfrac{\log\left(\frac{1}{7}\right)}{\log(1,2)} = \dfrac{-\log(7)}{\log(1,2)}$.
b. Solution : $x = \dfrac{\log\left(\frac{11}{6}\right)}{\log(1,03)} + 1$.

111 **1.** Solution : $t = \log(30)$.
2. La valeur exacte est log(30).
Une valeur approchée au dixième est 1,5.
3. Le taux d'insuline est de 102 µU.mL^{-1} au bout d'une heure et demie.

112 Réponses **a.** et **c.**

113 **1.** 2 500 becquerels.
2. Solution : $\dfrac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log(0,95)}$
3. Environ 13 heures et 30 minutes.

114 **1. a.** Pour ce chat, $M = 3$ et $D = 14$ donc $10{,}5 \times 3^p = 14$.

b. $p = \dfrac{\log\left(\frac{14}{10{,}5}\right)}{\log(3)} = \dfrac{\log\left(\frac{4}{3}\right)}{\log(3)}$

À 0,01 près, $p \approx 0{,}26$.

2. a. Cette relation est vérifiée pour un éléphant car : $10{,}5 \times 3\,000^{0{,}26} \approx 84{,}2$.

Cette relation est vérifiée pour une souris car : $10{,}5 \times 0{,}015^{0{,}26} \approx 3{,}5$.

b. Pour un homme de 80 kg :

$10{,}5 \times 80^{0{,}26} \approx 32{,}8$.

Pour un homme de 75 kg :

$10{,}5 \times 75^{0{,}26} \approx 32$.

Pour un homme de 70 kg :

$10{,}5 \times 70^{0{,}26} \approx 31{,}7$.

Cette relation n'est pas vérifiée pour l'homme.

115 **a.** Solution : $10^{\frac{\log(271)}{2{,}2}}$.

b. Solution : $10^{\frac{\log(70{,}2)}{5{,}1}}$.

116 **a.** Solution : $10^{\frac{\log(7{,}5)}{0{,}7}}$.

b. Solution : $10^{\frac{\log(3{,}1)}{3{,}6}}$.

117 $k = 2$ et $a = 10^{\frac{\log(50)}{4}}$.

118 $k = 1\,000$ et $a = 10^{\frac{\log(0{,}32768)}{5}}$.

119 **a.** $S =]-\infty ; \dfrac{\log(3)}{\log(12)}[$

b. $S =]\dfrac{\log(2{,}1)}{\log(1{,}2)} ; +\infty[$

120 **a.** $S = [\dfrac{\log(3{,}2)}{\log(0{,}5)} ; +\infty[$

b. $S = [\dfrac{\log(0{,}5)}{\log(3{,}2)} ; +\infty[$

121 **a.** $S =]-\infty ; 3{,}2[$

b. $S =]-\infty ; 10]$

122 **a.** $S =]-\infty ; \dfrac{\log(3)}{\log(1{,}1)}[$

b. $S = [\dfrac{\log(0{,}2)}{\log(0{,}11)} ; +\infty[$

123 **1.** $C(2,5) \approx 24,6$
La concentration après 2 heures et 30 minutes est inférieure à 40 mg.L^{-1} donc ce médicament n'est plus efficace.

2. a. $S = [0 ; \frac{\log(\frac{40}{78})}{\log(0,63)}[$

b. $\frac{\log(\frac{40}{78})}{\log(0,63)} \approx 1,45$
Ce médicament reste efficace pendant environ 1 heure et 27 minutes.

124 **1.** $f(2) \approx 54,11$
La concentration après deux heures est d'environ 54,11 mg.L^{-1}.

2. $S = [\frac{\log(\frac{88}{35})}{\log(1,5)} ; 11]$

$\frac{\log(\frac{88}{35})}{\log(1,5)} \approx 2,3$
La concentration devient inférieure à 50 mg.L^{-1} à partir d'environ 2 heures et 18 minutes.

125 **a.** $S =]0 ; 10^{\frac{\log(1000)}{7,6}}[=]0 ; 10^{\frac{3}{7,6}}[$

b. $S =]0 ; 10^{\frac{\log(2)}{0,1}}] =]0 ; 10^{10\log(2)}]$

126 **a.** $S =]0 ; 10^{\frac{\log(98)}{2,1}}[$

b. $S =]10^{\frac{\log(4)}{3,5}} ; +\infty[$

127 **a.** Entiers naturels inférieurs ou égaux à 3. Donc les entiers solutions sont 0, 1, 2 et 3.
b. Entiers naturels inférieurs ou égaux à 6. Donc les entiers solutions sont 0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

128 **a.** Entiers naturels inférieurs ou égaux à 14.
b. Entiers inférieurs ou égaux à 6. Donc les entiers solutions sont 0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

129 **1.**

```
A ← 2019
V ← 2000
Tant que V > 500
   V ← 0,82V
   A ← A + 1
Fin Tant que
```

2. a. $2\,000 \times 0,82^n \leq 500$ équivaut à $n \geq \frac{\log(0,25)}{\log(0,82)}$.

Or $\frac{\log(0,25)}{\log(0,82)} \approx 6,99$
donc les entiers solutions sont les entiers supérieurs ou égaux à 7.
b. À partir de 2026, la valeur marchande de la machine sera inférieure ou égale au quart de sa valeur initiale.

130 **1.** Chaque année, le capital acquis est multiplié par 1,03
donc pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 1{,}03C_n$
La suite est géométrique de raison 1,03 et de premier terme $C_0 = 600$.
Par conséquent, $C_n = 600 \times 1{,}03^n$.
2. $600 \times 1{,}03^n > 1500$ équivaut à $n > \frac{\log(2{,}5)}{\log(1{,}03)}$
Or $\frac{\log(2{,}5)}{\log(1{,}03)} \approx 30{,}99$.
À partir du 1er janvier 2051, le capital acquis dépassera 1 500 €.

131 Le taux d'évolution mensuel moyen est : $1{,}06^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 0{,}0196$
soit 1,96 % à 0,01 % près.

132 Le taux de diminution mensuel moyen est : $0{,}955^{\frac{1}{12}} - 1 \approx -0{,}0038$
soit une baisse de 0,38 % à 0,01 % près.

133 **1.** Baisse de 30,9 % à 0,1 % près.
2. Baisse moyenne de 2 % par an à 0,1 % près.

134 **1.** Augmentation de 1,94 % à 0,01 % près
2. Augmentation moyenne de 0,64 % par an à 0,01 % près.

135 Ordre de grandeur : 10^{179}.
Nombre de chiffres de l'écriture décimale : 180.

136 **a.** Ordre de grandeur : 10^{153}.
Nombre de chiffres de l'écriture décimale : 154.
b. Ordre de grandeur : 10^{305}
Nombre de chiffres de l'écriture décimale : 306

137 Ordre de grandeur : 10^{251}.

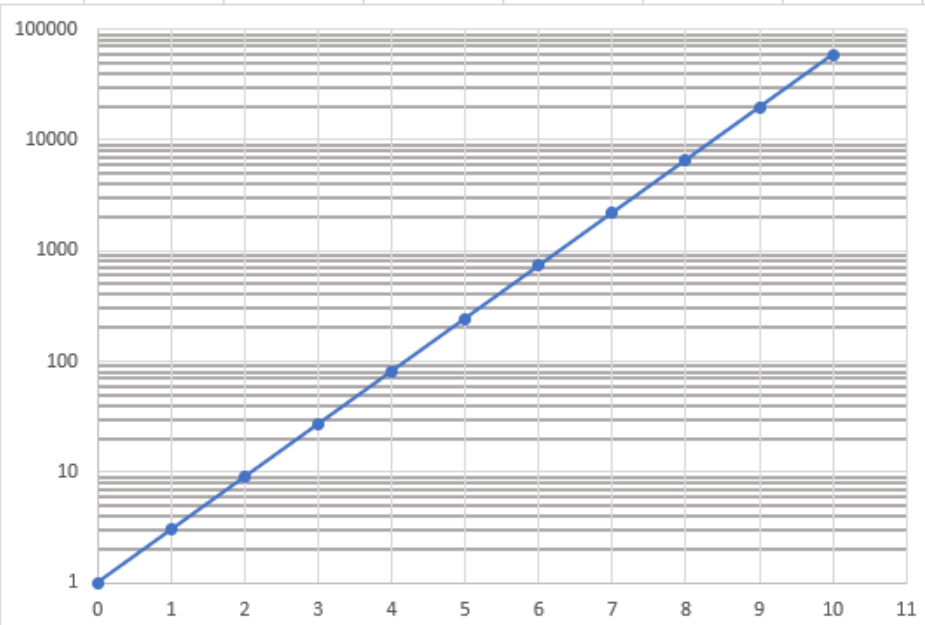
138 Nombre de chiffres de l'écriture décimale : 24 862 048.

139 1 Ko $\approx 10^3$ octets
1 Mo $\approx 10^6$octets
1 Go $\approx 10^9$octets
1 To $\approx 10^{12}$octets

140 *Un fichier logiciel est disponible dans le manuel numérique enseignant.*

1.

	A	B
1	x	f(x)
2	0	1
3	1	3
4	2	9
5	3	27
6	4	81
7	5	243
8	6	729
9	7	2187
10	8	6561
11	9	19683
12	10	59049

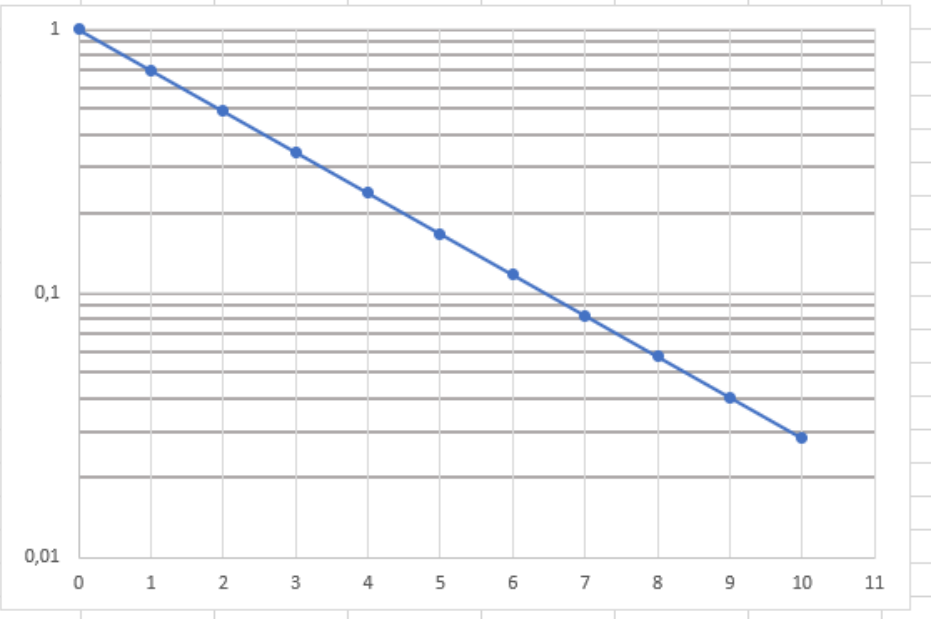


2. Soit deux points de la courbe d'abscisses respectives a et b.
Dans ce repère semi-logarithmique, les coordonnées de ces points sont $(a\ ;\ \log(3^a))$ et $(b\ ;\ \log(3^b))$, soit $(a\ ;\ a\log(3))$ et $(b\ ;\ b\log(3))$.
Ces points sont sur la droite d'équation : $y = x\log(3)$.

141 *Un fichier logiciel est disponible dans le manuel numérique enseignant.*

1.

	A	B
1	x	f(x)
2	0	1
3	1	0,7
4	2	0,49
5	3	0,343
6	4	0,2401
7	5	0,16807
8	6	0,117649
9	7	0,0823543
10	8	0,05764801
11	9	0,04035361
12	10	0,02824752



2. Dans ce repère semi-logarithmique, les coordonnées de deux points d'abscisses respectives a et b sont $(a ; \log(0{,}7^a))$ et $(b ; \log(0{,}7^b))$, soit $(a ; a\log(0{,}7))$ et $(b ; b\log(0{,}7))$.
Ces points sont sur la droite d'équation : $y = x\log(0{,}7)$.

142 $k = 500$ et $a = 0{,}2$.

143 $k = 4$ et $a = 5$.

144 **1.** 20 $L.h^{-1}$.
2. Le chat. Sa masse est de 4 kg.
3. Par lecture graphique :
- pour une masse de 1 kg, la consommation est d'environ 0,7 $L.h^{-1}$;
- pour une masse de 10 kg, la consommation est d'environ 4 $L.h^{-1}$.

Lorsque la masse est multipliée par 10, la consommation est donc multipliée par environ 5,7.

145 **1. a.** Entre 1820 et 1913, le PIB a été multiplié par 4.
b. Dans un repère semi-logarithmique, une droite représente une fonction de la forme $x \mapsto ka^x$
c. Entre 1820 et 1913, le PIB a augmenté de 300 %.
d. Entre 1820 et 1913, le taux d'augmentation annuel moyen du PIB est de 1,5 %.
2. a. Entre 1950 et 1975, le PIB a été multiplié par environ 2,9, soit une augmentation de 190 %.
Le taux d'augmentation annuel moyen sur cette période est d'environ 4,4 %.
b. Entre 1975 et 2000, le PIB a été multiplié par environ 1,7, soit une augmentation de 70 %.
Le taux d'augmentation annuel moyen sur cette période est d'environ 2,1 %.

146 **1.** f est décroissante sur [0 ; 5].
2. a. Pour tout réel t de [0 ; 4,5], $\frac{f(t+0{,}5)}{f(t)} = 0{,}2824^{0{,}5}$
b. $0{,}2824^{0{,}5} \approx 0{,}53$
Toutes les 30 minutes, la vitesse diminue d'environ 47 %.
3. $\frac{f(t+\frac{5}{60})}{f(t)} = \frac{f(t+\frac{1}{12})}{f(t)} = 0{,}2824^{\frac{1}{12}}$
$0{,}2824^{\frac{1}{12}} \approx 0{,}9$
Toutes les 5 minutes, la vitesse diminue bien d'environ 10 %.
4. Durée de vie : environ une heure.

© Bordas

Pour travailler en autonomie

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

147 f et g sont croissantes sur $\mathbb{R}$; h est décroissante sur $\mathbb{R}$.

148 **a.** $0{,}38^x \geq 0{,}38^y$
b. $1{,}09^x \leq 1{,}09^y$

149 **a.** Faux
b. Faux
c. Vrai

150 $A = 11^{7{,}75}$
$B = 6^{1{,}1}$
$C = 1{,}5^{-0{,}5}$
$D = 32^{1{,}1}$

151 $M = 25^{3x-5}$ et $N = 71^{2x-1}$.

152 **1.** f est décroissante sur [0 ; 50].
2. a. Pour tout réel x de [0 ; 42], $\frac{f(x+8)}{f(x)} = \frac{5000 \times 0{,}918^{x+8}}{5000 \times 0{,}918^x}$
$\frac{f(x+8)}{f(x)} = \frac{5000 \times 0{,}918^x \times 0{,}918^8}{5000 \times 0{,}918^x} = 0{,}918^8$
b. $0{,}918^8 \approx 0{,}5$. Lorsque le prix augmente de 8 euros, la demande est divisée par deux.

153 $A = 7\log(x)$
$B = 3\log(x) + 2\log(y)$
$C = 2\log(x) - 10\log(y)$

154 $A = \log(27)$
$B = \log(1\,200)$
$C = \log(12)$

155 **a.** Faux
b. Faux
c. Vrai

156 Pour $x > 0$,
$10^{3\log(x)+2} = 10^{3\log(x)} \times 10^2$
$10^{3\log(x)+2} = 10^{\log(x^3)} \times 100 = 100 \times x^3$

157 **a.** Solution : $x = \frac{\log(3)}{\log(1{,}06)}$.
b. Pas de solution.

158 **a.** Solution : $10^{\frac{\log(35)}{3,4}}$.
b. Solution : $10^{\frac{\log(90)}{7,2}}$.

159 **a.** $S =]-\infty ; \frac{\log(7)}{\log(3)}[$
b. $S =]\frac{\log(1,2)}{\log(0,12)} ; +\infty[$

160 **a.** $S =]0 ; 10^{\frac{\log(3)}{2,7}}[$
b. $S =]10^{\frac{\log(3)}{0,2}} ; +\infty[$

161 **1.** Il y a 26 + 26 + 10 = 62 « symboles » possibles.
Pour chacun des n caractères du code, on a le choix entre 62 symboles.
Le nombre de mots de passe de n caractères est donc 62^n.
2. Il y a 62^4 mots de passe (différents) de 4 caractères.
3. On résout $62^n \geq 10^{21}$.
Cette inéquation est équivalente à $n \geq \frac{21}{\log(62)}$.
$\frac{21}{\log(62)} \approx 11{,}7$. Le mot de passe doit avoir au moins 12 caractères.

162 On résout $1{,}025^n \geq 2$. Le capital acquis aura doublé au bout de 29 ans.

163 **1.** Le taux d'évolution global entre les années 2010 et 2017 est d'environ 18 %.
2. On cherche t tel que $(1 + t)^7 = 1{,}18$.
$t = 1{,}18^{\frac{1}{7}} - 1$, soit environ 0,024.
Le taux d'évolution annuel moyen est d'environ 2,4 %.

164 $\log(N) = 1\,000\log(5)$ donc $\log(N) \approx 698{,}97$.
Un ordre de grandeur de N est 10^{698}. L'écriture décimale de N comporte 699 chiffres.

165 **1.** **a.** Le cours de l'action en 1950 était de 2 €.
b. Le cours de l'action a atteint 60 € en 2010.
2. **a.** Entre 1950 et 2020, le cours de l'action a été multiplié par 50.
b. Le taux d'évolution moyen annuel entre 1950 et 2020 est d'environ 5,75 %.

Pour aller plus loin

Le corrigé détaillé de ces exercices est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

166 Soit a et b deux réels strictement positifs, et x et y tels que $\log(a) = x$ et $\log(b) = y$.
1. $\log(a) = x$ donc $a = 10^x$
$\log(b) = y$ donc $b = 10^y$
Donc $a \times b = 10^x \times 10^y$.
2. $\log(a \times b) = \log(10^x \times 10^y) = \log(10^{x+y}) = x + y$
3. $\log(a \times b) = x + y = \log(a) + \log(b)$

167 Soit $a > 0$ et n un entier non nul.
1. $a^n = b$ équivaut à $\log(a^n) = \log(b)$
et donc à $n\log(a) = \log(b)$
soit à $\log(a) = \frac{1}{n}\log(b)$.
2. $\frac{1}{n}\log(b) = \log\left(b^{\frac{1}{n}}\right)$
Donc $\log(a) = \frac{1}{n}\log(b)$ équivaut à $\log(a) = \log\left(b^{\frac{1}{n}}\right)$
et donc à $a = b^{\frac{1}{n}}$.
Par conséquent, $a^n = b$ équivaut à $a = b^{\frac{1}{n}}$.

168 **1.** Réponse **b.**
Quand on monte d'un demi-ton, la fréquence de la note est multipliée par $q = 2^{\frac{1}{12}}$ donc quand on monte de quatorze demi-tons, elle est multipliée par $2^{\frac{14}{12}}$, soit $2^{\frac{7}{6}}$.
2. Réponse **b.**
On ajoute une octave à une note N_1, c'est-à-dire 12 demi-tons. Donc $f_2 = 2f_1$ et la différence de hauteur entre les deux notes est 1 000log(2).
3. Réponse **b.**
$70 = 10\log(\frac{I}{10^{-12}})$ donc $7 = \log(I) + 12$, soit $I = 10^{-5}$.
4. Réponse **a.**
$10\log(\frac{5I}{10^{-12}}) = 10\log(\frac{I}{10^{-12}}) + 10\log(5)$

169 **1.** $M = \log(\frac{A}{A_0}) = \log(2{,}8 \times 10^4) = \log(2{,}8) + 4$, soit $M \approx 4{,}45$.
2. $M = 6$ donc $\log(\frac{A}{A_0}) = 6$, soit $\frac{A}{A_0} = 10^6$
3. L'amplitude d'un séisme de magnitude 6 est celle d'un séisme de magnitude 5 multipliée par 10.

170 **1. a.** Pour tout entier naturel n, $P_{n+1} = (1+k)P_n$
donc la suite (P_n) est géométrique de raison $1 + k$.
b. Si $k = 0$, la suite est constante.
Si $k > 0$, alors $1 + k > 1$ et la suite est croissante.
Si $-1 < k < 0$ alors $0 < 1 + k < 1$ et la suite est décroissante.
2. a. Pour tout entier naturel n, $P_n = P_0(1 + k)^n$.
On cherche λ tel que $P_0(1 + k)^\lambda = 2P_0$.
Cette équation est équivalente à $(1 + k)^\lambda = 2$
et donc à $\lambda \log(1 + k) = \log(2)$, soit $\lambda = \frac{\log(2)}{\log(1+k)}$
b. Si la population double en 50 ans, $50 = \frac{\log(2)}{\log(1+k)}$
Le temps de triplement est $\frac{\log(3)}{\log(1+k)}$, c'est-à-dire $\frac{50\log(3)}{\log(2)} \approx 79$.

171 *Un fichier logiciel est disponible dans le manuel numérique enseignant.*

1. a. Chaque année, le capital est multiplié par $1 + \frac{r}{100}$, il double donc lorsque $(1 + \frac{r}{100})^N = 2$
b. $N = \frac{\log(2)}{\log\left(1+\frac{r}{100}\right)}$

2. Lorsque $r > 2$, les valeurs approchées à l'unité près et par excès de $\frac{72}{r}$ et de $\frac{\log(2)}{\log\left(1+\frac{r}{100}\right)}$ sont très proches, voir identiques.

172 $S_0 = 10\,000$ € que l'on place de différentes façons.
1. $10\,000 \times 1{,}05 = 10\,500$
Au bout d'un an, on dispose de 10 500 €.
2. L'année est divisée en n périodes de durées égales.
La somme S_0 est placée au taux d'intérêt de $5/n$ % pour chaque période.
D'une période à l'autre, le capital est multiplié par $1 + \frac{0{,}05}{n}$.
Au bout d'un an, c'est-à-dire au bout de n périodes, on dispose de $10\,000 \times \left(1 + \frac{0{,}05}{n}\right)^n$

3. a. $n = 2$
Avec le placement 2, on dispose de $10\,000 \times 1{,}025^2 = 10\,506{,}25$
Le placement 2 est plus avantageux.

b. $n = 6$
Avec le placement 2, on dispose de $10\,000 \times \left(1 + \frac{0{,}05}{6}\right)^6 \approx 10\,510{,}53$
Le placement 2 est plus avantageux.

c. $n = 12$
Avec le placement 2, on dispose de $10\,000 \times \left(1 + \frac{0{,}05}{12}\right)^{12} \approx 10\,511{,}62$
Le placement 2 est plus avantageux.

4. a. D'une période à l'autre, le capital est multiplié par $1 + \frac{r}{100}$.
Au bout d'un an, c'est-à-dire au bout de n périodes, on dispose de $10\,000 \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$.

Ce placement rapporte autant au bout d'un an qu'un placement au taux annuel de 5 %
si $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n = 1{,}05$.

b. $n \log(1 + \frac{r}{100}) = \log(1{,}05)$
équivaut à $\log(1 + \frac{r}{100}) = \frac{1}{n}\log(1{,}05)$
donc à $1 + \frac{r}{100} = 10^{\frac{1}{n}\log(1{,}05)}$
soit à $r = 100(10^{\frac{1}{n}\log(1{,}05)} - 1)$
c. Pour $n = 2$, $r \approx 2{,}47$.
Pour $n = 6$, $r \approx 0{,}82$.
Pour $n = 12$, $r \approx 0{,}41$.

173 *Un fichier logiciel est disponible dans le manuel numérique enseignant.*

1. a. Dans la cellule **C3**, on peut saisir la formule **=(1+E$2)*C2+500**
b. Après le 30e versement, le capital acquis dépassera 20 000 €.
2. a. Après le 2e versement, la valeur acquise par les 500 € placés initialement est égale à 500 × 1,02
Après le 3e versement, la valeur acquise par les 500 € placés initialement est égale à $500 \times 1{,}02^2$
Après le n-ième versement, la valeur acquise par les 500 € placés initialement est égale à $500 \times 1{,}02^{n-1}$
b. Après le n-ième versement :
la valeur acquise par le deuxième versement effectué le 1er janvier 2021 est égale à $500 \times 1{,}02^{n-2}$;
la valeur acquise par le troisième versement effectué en 2022 est égale à $500 \times 1{,}02^{n-3}$.
c. Après le n-ième versement, le capital acquis est :
$C = 500 \times 1{,}02^{n-1} + 500 \times 1{,}02^{n-2} + \ldots + 500 \times 1{,}02 + 500$
$C = 500 \times \frac{1{,}02^n - 1}{1{,}02 - 1}$
$C = 25\,000 \times (1{,}02^n - 1)$.
d. $C > 20\,000$ équivaut à $1{,}02^n - 1 > 0{,}8$
et donc à $n > \frac{\log(1{,}8)}{\log(1{,}02)}$.
$\frac{\log(1{,}8)}{\log(1{,}02)} \approx 29{,}7$
Le plus petit entier solution est 30.

174 *Un fichier logiciel est disponible dans le manuel numérique enseignant.*
1. Au 1er janvier 2023, le capital acquis sera de : $600 \times 1{,}0275^3$, soit environ 650,9 €.
Neila n'aura pas la somme suffisante.
2. Soit t le taux mensuel moyen qui correspond au taux annuel de 2,75 %
$(1 + t)^{12} = 1{,}0275$ équivaut à $t = 1{,}0275^{\frac{1}{12}} - 1$.
Donc $t \approx 0{,}00226$, soit $t \approx 0{,}226$ %
3. a. Chaque mois, le capital augmente de 0,226 % et de 25 euros.
b. Au bout de combien de 33 mois, soit en octobre 2022, Neila aura l'argent nécessaire.

c. $C = 600 \times 1{,}00226^n + 25 \times 1{,}00226^{n-1} + 25 \times 1{,}0226^{n-2} + \ldots + 25 \times 1{,}0226 + 25$

$C = 600 \times 1{,}00226^n + 25 \times \frac{1{,}00226^n - 1}{1{,}00226 - 1}$

$C \geq 1\,500$ équivaut à $600 \times 1{,}00226^n + 25 \times \frac{1{,}00226^n - 1}{1{,}00226 - 1} \geq 1\,500$

soit à $600 \times 1{,}00226^n + 11\,061{,}9469 \times (1{,}00226^n - 1) \geq 1\,500$

Et donc à $11\,661{,}9469 \times 1{,}00226^n \geq 12\,561{,}9469$

$n \geq \frac{\log\left(\frac{12\,561{,}9469}{11\,661{,}9469}\right)}{\log(1{,}00226)}$.

$\frac{\log\left(\frac{12\,561{,}9469}{11\,661{,}9469}\right)}{\log(1{,}00226)} \approx 32{,}9$

Le plus petit entier solution est 33.

175 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant*

1.

```
def maladie():
    u=300
    a=2010
    S=300
    while S<50000:
        u=u*1.15
        S=S+u
        a=a+1
    return(a)
```

2. La suite (c_n) est géométrique. Sa raison est 1,15 et son premier terme $c_0 = 300$.

3. À la fin de l'année 2010 + n, le nombre total de personnes ayant contracté la maladie depuis son apparition est égal à :

$c_0 + c_1 + \ldots + c_n = 300 \times \frac{1{,}15^{n+1} - 1}{1{,}15 - 1} = 2\,000(1{,}15^{n+1} - 1)$.

4. $2\,000(1{,}15^{n+1} - 1) \geq 50\,000$

équivaut à $1{,}15^{n+1} \geq 26$

et donc à $n \geq \frac{\log(26)}{\log(1{,}15)} - 1$.

$\frac{\log(26)}{\log(1{,}15)} - 1 \approx 22{,}3$

Le plus petit entier solution est 23.

En 2033, le nombre total de personnes ayant contracté la maladie depuis son apparition dépassera pour la première fois 50 000 personnes.

Travaux pratiques

TP1 Deux progressions pour des coordonnées

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

A. Moyenne arithmétique et moyenne géométrique

1. a. L'abscisse de M est : $\frac{0+4}{2} = 2$.

b. L'ordonnée de M est : $\sqrt{1 \times 81} = 9$.

2. a. et **b.**

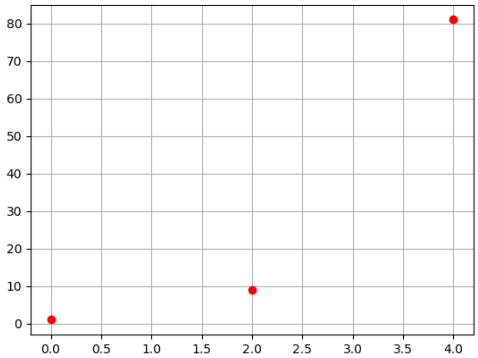
```
def coord (LA,LB):
    xA=LA[0] ; xB=LB[0]
    yA=LA[1] ; yB=LB[1]
    mx=(xA+xB)/2
    my=sqrt(yA*yB)
    L=[mx,my]
    return(L)
```

c.

```
>>> coord([0,1],[4,81])
[2.0, 9.0]
```

3. a. Pour `LA=[0,1]` et `LB=[4,81]`,
L= [2.0, 9.0], Lx = [0, 4, 2.0] et Ly = [1, 81, 9.0].

b. L'appel `repere([0,1],[4,81])` renvoie le graphique ci-dessous.



B. Une fonction particulière

1.

	Initialisation	1er passage dans la boucle	2e passage dans la boucle
LA	[0,1]	[2,9]	[3,27]
LB	[4,81]	[4,81]	[4,81]
L		[2,9]	[3,27]
Lx	[0,4]	[0,4,2]	[0,4,2,3]
Ly	[1,81]	[1,81,9]	[1,81,9,27]

2. $u_0 = 1$, $u_2 = 9$, $u_3 = 27$ et $u_4 = 81$.
(u_n) est la suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison 3.
3. L'expression de la fonction f est $f(x) = 3^x$.

TP2 La magnitude des astres

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

A. Magnitude apparente d'un astre

En notant L_1 la luminosité d'une étoile de première magnitude et L_6 la luminosité d'une étoile de sixième magnitude, $L_1 = 100L_6$

Le rapport de luminosité étant constant d'une magnitude à l'autre :

$\frac{L_5}{L_6} = \frac{L_4}{L_5} = \frac{L_3}{L_4} = \cdots = \frac{L_1}{L_2} = 100^{\frac{1}{5}} \approx 2{,}512$

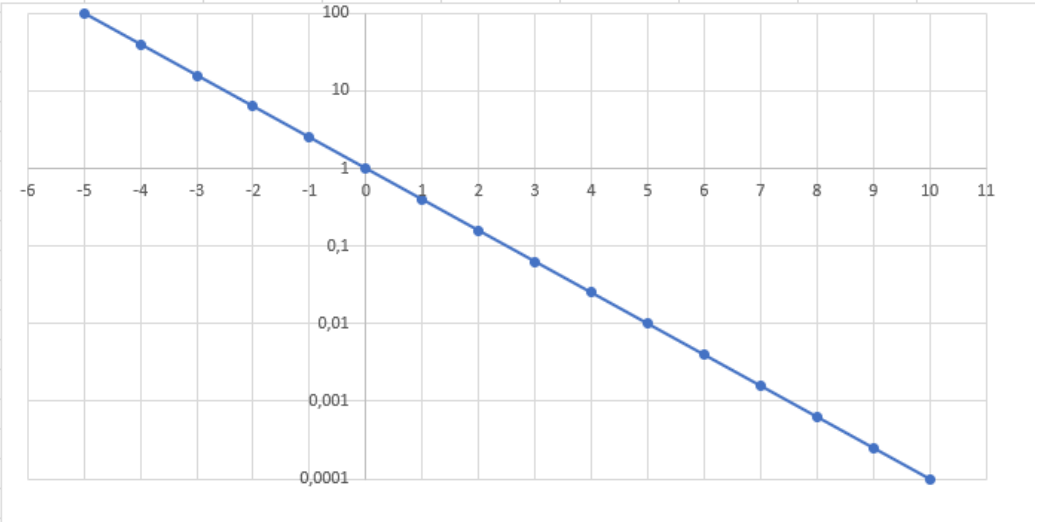
Baisser d'une magnitude revient donc à multiplier la luminosité par environ 2,512.

B. Eclat et magnitude apparente

a. $m_1 = -2{,}5 \log\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$ équivaut à $-\frac{m_1}{2{,}5} = \log\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$ et donc à $\frac{E_1}{E_2} = 10^{-\frac{m_1}{2{,}5}}$

b.

	A	B
1	m	rapport
2	-5	100
3	-4	39,81071706
4	-3	15,84893192
5	-2	6,309573445
6	-1	2,511886432
7	0	1
8	1	0,398107171
9	2	0,158489319
10	3	0,063095734
11	4	0,025118864
12	5	0,01
13	6	0,003981072
14	7	0,001584893
15	8	0,000630957
16	9	0,000251189
17	10	0,0001
18		



c. E_2 est l'éclat de Véga.

Pour $m = -4$, $E_1 \approx 39{,}8E_2$

Pour $m = -1$, $E_1 \approx 2{,}5E_2$

Pour $m = 1$, $E_1 \approx 0{,}4E_2$

Pour $m = 6$, $E_1 \approx 0{,}004E_2$

Pour $m = 8$, $E_1 \approx 0{,}0006E_2$

C. Magnitude absolue d'un astre

a. Si $d = 10$ parsecs, $M = m$.

b. $d = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$

c.

```
def distance(m,M):
    x=(m-M+5)/5
    d=10**x
    return(3.26*d)
```

d.

Astre	*m*	*M*	distance (à 0,1 année-lumière)
Sirius	-1,45	1,4	8,8
Véga	0	0,5	25,9
Antarès	1	-5,2	566,5
Adhara	1,5	-4,5	516,7

Cap vers le Bac

Automatismes

1. $f'(t) = 10{,}5t^2 + 4t - 1$

2. g est croissante sur [0 ; 10] et décroissante sur [10 ; 15].

3. a. 291 oiseaux

b. (u_n) est géométrique de raison 0,97.

4. a. 48 cm^3 = 0,048 litre

b. 3,8 heures = 3 heures et 48 minutes

5. a. La probabilité que ce salarié ait opté pour la salle de sport est égale à 0,6.

b. On a interrogé un homme. La probabilité qu'il ait opté pour la médiathèque est égale à 0,2.

Sujet A

1. Réponse **b.**

2. Réponse **a.**

3. Réponse **c.**

4. Réponse **c.**

5. Réponse **b.**

Sujet B

1. a. f est croissante.

b. $f(1) = 18$.

Lorsque le prix unitaire est de 1 €, l'offre est de 18 000 articles.

c. le prix doit être, à 0,1 € près, de 5,1 €.

2. a. g est décroissante.

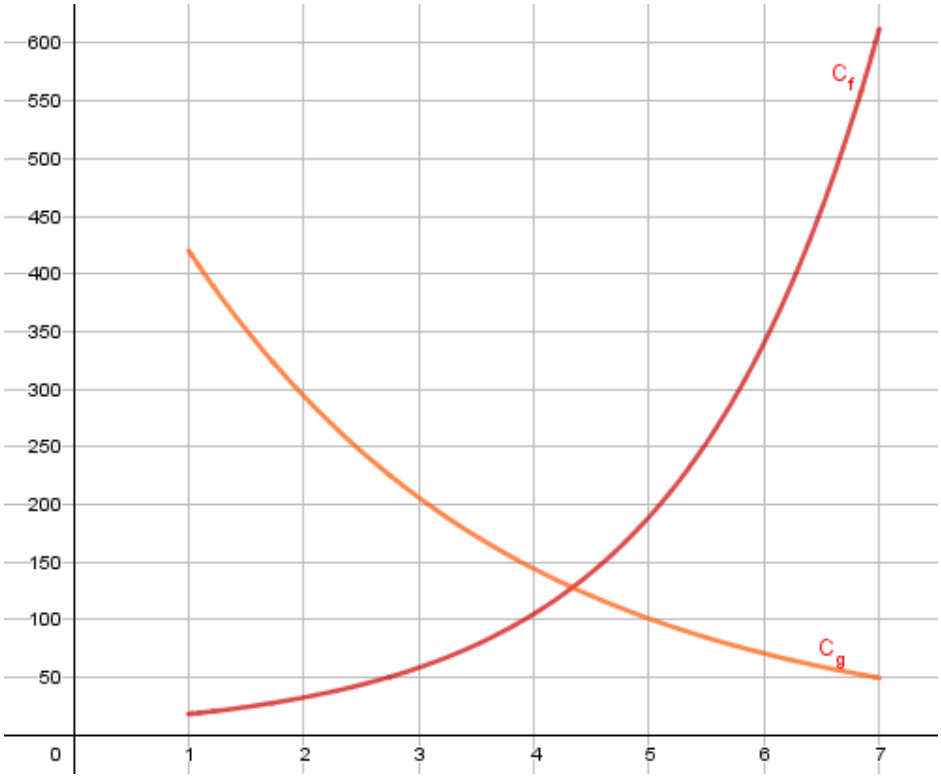
b. Lorsque le prix unitaire est de 1 €, la demande est de 420 000 articles.

c. $S = \left]\frac{-\log(6)}{\log(0{,}7)} ; 7\right]$

$\frac{-\log(6)}{\log(0{,}7)} \approx 5$

La demande est inférieure à 100 000 articles, lorsque le prix est supérieur à 5 €.

3. a.



b. Le prix d'équilibre est d'environ 4,3 €.

Sujet C

Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

1. a. La puissance électrique a diminué d'environ 5,55 %
b. On résout $(1 + t)^{19} = 1{,}0555$
$t \approx 0{,}0028$, soit environ 0,28 %.
2. a. Comme 6 400 > 0, la fonction P a le même sens de variation que la fonction $x \mapsto 0{,}997x$ qui est décroissante sur $[0 ; +\infty[$ car $0 < 0{,}997 < 1$.
b. On résout l'inéquation
$P(x) > 0{,}93\ P(0)$
qui est équivalente à $0{,}997^x > 0{,}93$
et donc à $x < \frac{\log(0{,}93)}{\log(0{,}997)}$.
$\frac{\log(0{,}93)}{\log(0{,}997)} \approx 24{,}1539$
La longueur maximale est de 2 415 kilomètres.

Sujet D

1. Environ 95 dB
2. a. $L = 120 + 9{,}2\log\left(\frac{0{,}01}{13D^2}\right)$
$L = 120 + 9{,}2\log(0{,}01) - 9{,}2\log(13D^2)$
$L = 120 + 9{,}2\times(-2) - 9{,}2\log(13) - 9{,}2\log(D^2)$
$L = 101{,}6 - 9{,}2\log(13) - 18{,}4\log(D)$
b. Lorsque la distance est multipliée par 10, le niveau d'intensité sonore diminue de 18,4 dB
c. On se trouve à environ 50 mètres.

d. $60 = 101{,}6 - 9{,}2\log(13) - 18{,}4\log(D)$ équivaut à
$18{,}4\log(D) = 41{,}6 - 9{,}2\log(13)$
et donc à $D = 10^{\frac{41{,}6 - 9{,}2\log(13)}{18{,}4}}$.
À l'unité près, $D \approx 51$ mètres.

Sujet E

1. f est croissante car $1{,}0355>1$ et $50>0$
2. a. $\frac{f(t+20)}{f(t)} = 1{,}0355^{20} \approx 2$
b. Le temps de génération est de 20 minutes.
3. a. (u_n) est géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 50$.
b. Pour tout entier naturel n, $u_n = 50 \times 2^n$
c. Il y a 504 temps de génération.
d. Un ordre de grandeur de 50×2^{504} est 10^{153}
Au bout de 7 jours, il y a environ 10^{153} millions de bactéries.

Revoir des points essentiels

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles sur le site élève lycee.editions-bordas.fr.

176 $A = 3\log(x) + 11\log(y)$

$B = -5 + 8\log(x)$
$C = 1 + \log(x) - \log(y)$
$D = \log(x) - 3 - 2\log(y)$
$E = 3\log(y) + \log(x)$

177 $F = 3 + 2\log(0{,}1a) - 4\log(a^2)$

$F = 3 + 2(\log(0{,}1) + \log(a)) - 8\log(a)$
$F = 3 - 2 + 2\log(a) - 8\log(a)$
$F = 1 - 6\log(a)$

178 **a.** Solution : $x = \dfrac{\log(720)}{\log(7)}$.

b. Solution : $x = \dfrac{\log(0{,}1)}{\log(1{,}7)} = -\dfrac{1}{\log(1{,}7)}$.

c. Solution : $x = \dfrac{\log(10)}{\log(0{,}5)} = \dfrac{1}{\log(0{,}5)}$.

d. Solution : $x = \dfrac{\log(0{,}4)}{\log(0{,}2)}$.

e. Solution : $x = \log(4{,}5)$.

179 **a.** Solution : $x = 10^{\frac{\log(3)}{1{,}5}}$.

b. Solution : $x = 10^{\frac{\log(321)}{7{,}8}}$.

c. Solution : $x = 10^{\frac{\log(11)}{9}} = 11^{\frac{1}{9}}$.

d. Solution : $x = 10^{\frac{\log(93)}{0{,}5}} = 93^2$.

e. Solution : $10^{\frac{2}{9{,}1}}$.

Chapitre 3
Fonction inverse

A Notre point de vue

1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

Ce chapitre ne comporte qu'une séquence. Après des rappels sur le lien entre les variations d'une fonction et le signe de sa fonction dérivée, le cours porte sur la fonction inverse : sa fonction dérivée, son sens de variation et son comportement aux bornes de son ensemble de définition.

2 Les objectifs des activités

L'activité 1 permet d'introduire le comportement de la fonction inverse aux bornes de son ensemble de définition.
La deuxième activité permet d'introduire la dérivée de la fonction inverse. Dans la première partie de cette activité, les élèves font une conjecture sur l'expression de cette dérivée à partir de la lecture de nombres dérivés. Puis, la seconde partie permet de réinvestir la définition du nombre dérivé à partir du calcul du taux de variation.

3 Exercices, TP et algorithmes

Les exercices sont progressifs, allant des applications directes du cours à des études de fonctions obtenues par combinaisons linéaires de la fonction inverse et de fonctions polynomiales de degré au maximum 3. Plusieurs exercices et le TP sont des situations contextualisées de coût moyen.

B Se tester pour un bon départ

1 **1.** Fonctions g et h.
2. Car $f(x)$et $g(x)$ ont deux racines.
3. La courbe représentative de f est C_3, celle de g est C_2, celle de h est C_1 et celle de p est C_4.

2 **1.** Réponse **b.**
2. Réponses **a** et **d.**
3. Réponse **a.**

3 $f'(x) = 2x - 3$
$g'(x) = -8x + 5$
$h'(x) = 3x^2 - 1$
$k'(x) = 6x^2 + 2x$

4 La fonction f est décroissante sur $]-\infty ; -4]$ et sur $[1 ; +\infty[$; elle est croissante sur $[-4 ; 1]$.

5 **1.** .Réponse **c.**

2. Réponses **a** et **d.**

6 **a.** $A(x) \leq 0$ sur $[6 ; +\infty[$ et $A(x) \geq 0$ sur $]-\infty ; 6]$.

b. $A(x) \leq 0$ sur $[-5 ; 3]$ et $A(x) \geq 0$ sur $]-\infty ; -5] \cup [3 ; +\infty[$.

c. $A(x) \leq 0$ sur $]-\infty ; -6] \cup [6 ; +\infty[$ et $A(x) \geq 0$ sur $[-6 ; 6]$.

d. $A(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$.

7 **1.** Vrai
2. Faux

C Activités

Activité 1 Courbe de la fonction inverse sur]0 ; +∞[

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. L'inverse de 0 n'existe pas, donc aucun point de la courbe n'a pour abscisse 0.

b.

x	0,1	0,01	0,001	0,000 1	0,000 01
$f(x)$	10	100	1 000	10 000	100 000

$f(x)$ prend des valeurs de plus en plus grandes.

c. La courbe se rapproche de l'axe des ordonnées.

2. a. Aucun nombre n'a pour inverse 0.

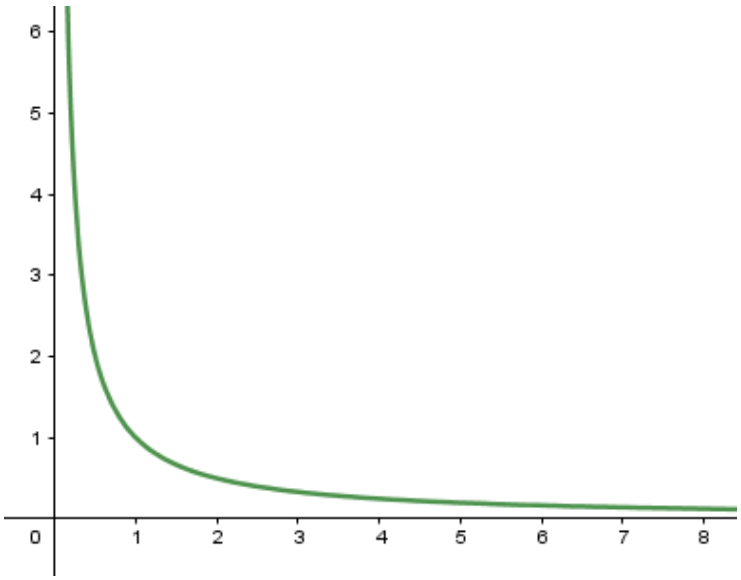
b.

x	10	100	1 000	10 000	100 000
$f(x)$	0,1	0,01	0,001	0,000 1	0,000 01

$f(x)$ prend des valeurs de plus en plus proches de 0.

c. La courbe se rapproche de l'axe des abscisses.

3. La fonction f est décroissante sur]0 ; +∞[.



Activité 2 Dérivée de la fonction inverse sur]0 ; +∞[

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

Partie A

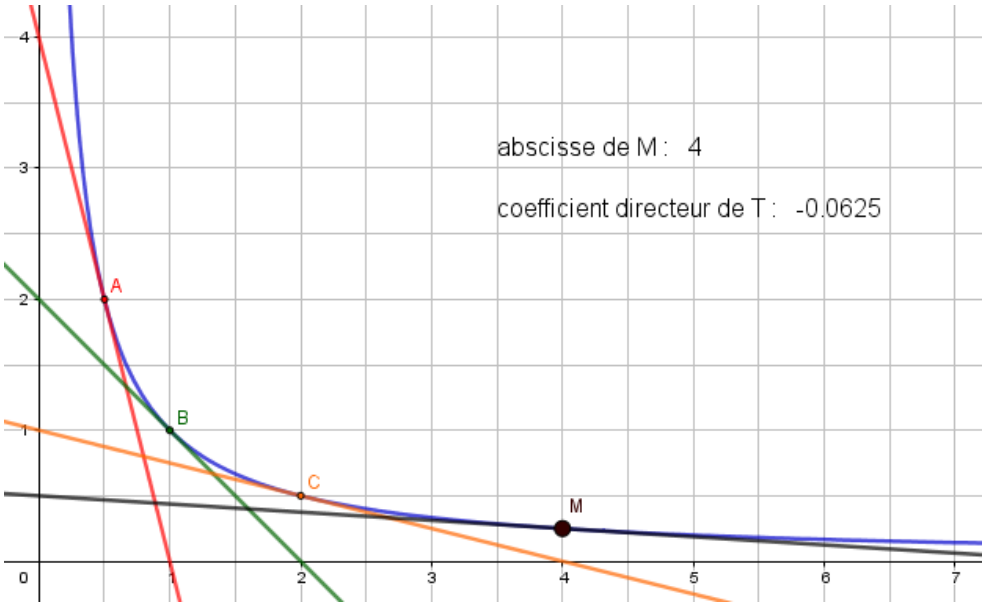
1. Le coefficient directeur de la tangente au point A est - 4. On en déduit que $f'(0,5) = -4$.

2. Le coefficient directeur de la tangente au point B est - 1. On en déduit que $f'(1) = -1$
Le coefficient directeur de la tangente au point C est - 0,25. On en déduit que $f'(2) = -0,25$

x	0,5	1	2
$f'(x)$	-4	-1	-0,25
$x^2 f'(x)$	-1	-1	-1

3. On conjecture que pour tout x de]0 ; +∞[, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ (car $x^2 f'(x) = -1$).

4. En déplaçant M, on peut vérifier cette conjecture.
Ci-dessous, pour $x = 4$.



Partie B

Soit h un réel non nul tel que $2 + h$ est strictement positif.

1. $\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2} = \frac{2-(2+h)}{2(2+h)} = \frac{-h}{2(2+h)}$

$t(h) = \frac{\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2}}{h} = \frac{\frac{-h}{2(2+h)}}{h} = \frac{-h}{2h(2+h)} = \frac{-1}{2(2+h)}$

2. Lorsque h prend des valeurs de plus en plus proches de 0, $t(h)$ prend des valeurs très proches de $\frac{-1}{4}$.

On en déduit que $f'(2) = -\frac{1}{4}$.

D Exercices

Automatismes et rituels

1 **a.** $0{,}02 = \frac{1}{50}$

b. $0{,}75 = \frac{3}{4}$

c. $\frac{4}{5} + \frac{1}{20} = \frac{17}{20}$

2 **a.** $\frac{1}{2} + \frac{1}{20} = 0{,}55$

b. $\frac{1}{25} + 1 = 1{,}04$

c. $0{,}04 \times \frac{1}{2} = 0{,}02$

3 $A(x) = 4x^2 + 12x + 9$

$B(x) = 6x - 3x^2$

4 $A(x) = x(5x - 1)$

$B(x) = (2x - 1)(2x + 1)$

5 **1.** Les solutions sont $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$.
2. L'ensemble des solutions est $]2 ; +\infty[$.

6 Les nombres **b.** et **c.**

7 26 % des arbres sont des chênes.

8 **1.** Faux, cela revient à l'augmenter de 56 %
2. Vrai

9 En 2017, il y avait 36 814 exploitations engagées en bio.

10 $u_2 = 7$ et $u_{12} = 37$.

11 On commence par exprimer v_n en fonction de n.

12 $A = (100 - 99)(100 + 99) = 199$

$B = 100 - 0{,}25 = 99{,}75$

13 **1.** Réponses **b.** et **d.**

2. Réponses **b.** et **c.**

14 Moyenne : 8,3.
Médiane : 7.

15 **1.** La probabilité que le stylo présente un défaut est égale à $\frac{1}{6}$.
2. La probabilité qu'un stylo qui provient de l'atelier A présente un défaut est égale à 0,1875.
3. La probabilité qu'un stylo qui a un défaut provienne de l'atelier B est égale à 0,4.

16 **1.** Faux
2. Vrai

17 Médiane : 4.
Premier quartile : 3.
Troisième quartile : 7.

Maîtriser les bases

18 **1.** $f'(x) = 2 \times 2x - 4 \times 1 + 0 = 4x - 4$
2. $4x - 4 \leq 0$ équivaut à $4x \leq 4$ et donc à $x \leq 1$.
On en déduit que :
- Pour tout réel x de $[0 ; 1]$, $f'(x) \leq 0$ donc f est décroissante sur cet intervalle.
- Pour tout réel x de $[1 ; 3]$, $f'(x) \geq 0$ donc f est croissante sur cet intervalle.

De plus $f(0) = 5$; $f(1) = 3$ et $f(3) = 11$.

19 **1.** $f'(x) = 10 \times 2x - 100 \times 1 - 0 = 20x - 100$

2. a. $20x - 100 \geq 0$ équivaut à $20x \geq 100$ et donc à $x \geq 5$.
L'ensemble des solutions est l'intervalle $[5 ; 10]$
b. Pour tout réel x de $[5 ; 10]$, $f'(x) \geq 0$ donc f est croissante sur cet intervalle.

3.

x	2		5		10
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	–165	↘	–255	↗	–5

20 **1.** $f'(x) = 5 \times 2x + 20 \times 1 - 0 = 10x + 20$

2. a. Sur $[-5 ; -2]$, $f'(x) \leq 0$ et sur $[-2 ; 5]$, $f'(x) \geq 0$.
b. Pour tout réel x de $[-2 ; 5]$, $f'(x) \geq 0$ donc f est croissante sur cet intervalle
3.

x	–5		–2		5
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	17	↘	–28	↗	217

21 **1.** $f'(x) = -2 \times 2x + 16 \times 1 + 0 = -4x + 16$

2. Sur $[0 ; 4]$, $f'(x) \geq 0$ et sur $[4 ; 10]$, $f'(x) \leq 0$.
3.

x	0		4		10
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$	1	↗	33	↘	–39

22 **1.** $f'(x) = 21x^2 + 8$
2. Pour tout réel x, $21x^2 \geq 0$ donc $21x^2 + 8 \geq 8$ et par suite $f'(x) > 0$.
3. f est croissante sur $\mathbb{R}$.

23 **1.** $f'(x) = -6x^2 + 6x$
2. Pour tout réel x de $[-1 ; 5]$, $6x(1 - x) = 6x - 6x^2 = f'(x)$.
3. La courbe représentative de f' est une parabole « tournée vers le bas », car $a < 0$, qui coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses $x_1 = 0$ et $x_2 = 1$. Cette parabole est donc au-dessous de l'axe des abscisses pour $x < 0$ et pour $x > 1$, et au-dessus pour x compris entre 0 et 1.
On en déduit que $f'(x) < 0$ sur $[-1 ; 0] \cup [1 ; 5]$ et $f'(x) > 0$ sur $[0 ; 1]$.
4.

x	-1		0		1		5
$f'(x)$		–	0	+	0	-	
$f(x)$	–5	↘	–10	↗	–9	↘	–185

24 **1.** Pour tout réel x de $[0 ; 5]$, $f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$.

2. a. Pour tout réel x de $[0 ; 5]$, $(x - 2)(x - 3) = x^2 - 5x + 6$.
b. $f'(x) = 6(x^2 - 5x + 6) = 6(x - 2)(x - 3)$
c. $a = 6$ et $a > 0$.
d. La parabole qui représente la fonction f' est « tournée vers le haut », elle coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$. Cette parabole est donc au-dessus de l'axe des abscisses pour $x < 2$ et pour $x > 3$, et au- dessous pour x compris entre 2 et 3.
On en déduit que $f'(x) > 0$ sur $[0 ; 2] \cup [3 ; 5]$ et $f'(x) < 0$ sur $[2 ; 3]$.

3.

x	0		2		3		5
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	–1	↗	27	↘	26	↗	54

25 **1.** On conjecture que la fonction f est décroissante sur $[0 ; 2]$ et sur $[4 ; 6]$, et croissante sur $[2 ; 4]$.
2. Pour tout réel x de $[0 ; 6]$, $f'(x) = -3x^2 + 18x - 24$.
3. a. $(-3x + 6)(x - 4) = -3x^2 + 12x + 6x - 24 = -3x^2 + 18x - 24$
b. $f'(x) = (-3x + 6)(x - 4) = -3(x - 2)(x - 4)$
c. $f'(x) < 0$ sur $[0 ; 2] \cup [4 ; 6]$ et $f'(x) > 0$ sur $[2 ; 4]$.
4.

x	0		2		4		6
$f'(x)$		–	0	+	0	–	
$f(x)$	20	↘	0	↗	4	↘	–16

26 $f(x) = -x^2 + 450x - 20\,000$

1. a. Pour tout réel x de $[0 ; 300]$, $f'(x) = -2x + 450$.

b. Pour tout réel x de $[0 ; 300]$, $-2x + 450 = 0$ équivaut à $-2x = -450$ et donc à $x = 225$.

c.

x	0		225		300
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$	−20 000	↗	30 625	↘	25 000

2. Pour réaliser le bénéfice hebdomadaire maximal, il faut fabriquer et vendre 225 tablettes tactiles. Ce bénéfice maximal est de 30 625 €.

27 **1. a.** $f(1) = 1$; $f(0,5) = 2$; $f(0,1) = 10$; $f(0,01) = 100$ et $f(0,001) = 1\,000$.

b. Lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches de 0 et positives, $f(x)$ prend des valeurs de plus en plus grandes.

Lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches de 0 et négatives, $f(x)$ prend des valeurs de plus en plus « petites » : négatives et grandes en valeur absolue.

2. a. $f(2) = 0,5$; $f(5) = 0,2$; $f(10) = 0,1$; $f(100) = 0,01$ et $f(1\,000) = 0,001$.

b. Lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes, $f(x)$ prend des valeurs de plus en plus proches de 0.

3. La courbe C_f admet deux asymptotes : l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

4. Sur l'intervalle $]-\infty ; 0[$, la fonction f est décroissante.

Sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$, la fonction f est décroissante.

5. La représentation graphique C_f de la fonction f est C_2.

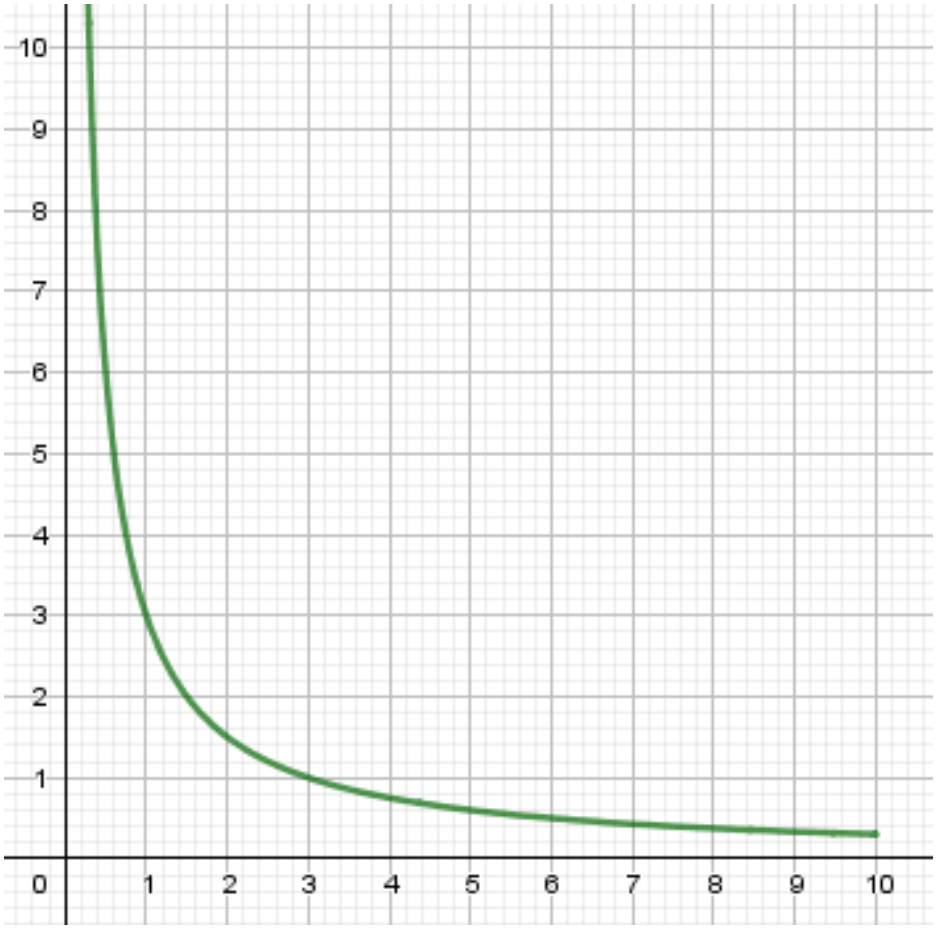
28 **1.** Pour tout réel x de I, $f'(x) = 3\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{3}{x^2}$.

2. Pour tout réel x de I, $f'(x) < 0$ donc f est décroissante sur I.

3.

x	0,1	0,2	0,5	1	2	4	10
$f(x)$	30	15	6	3	1,5	0,75	0,3

4.



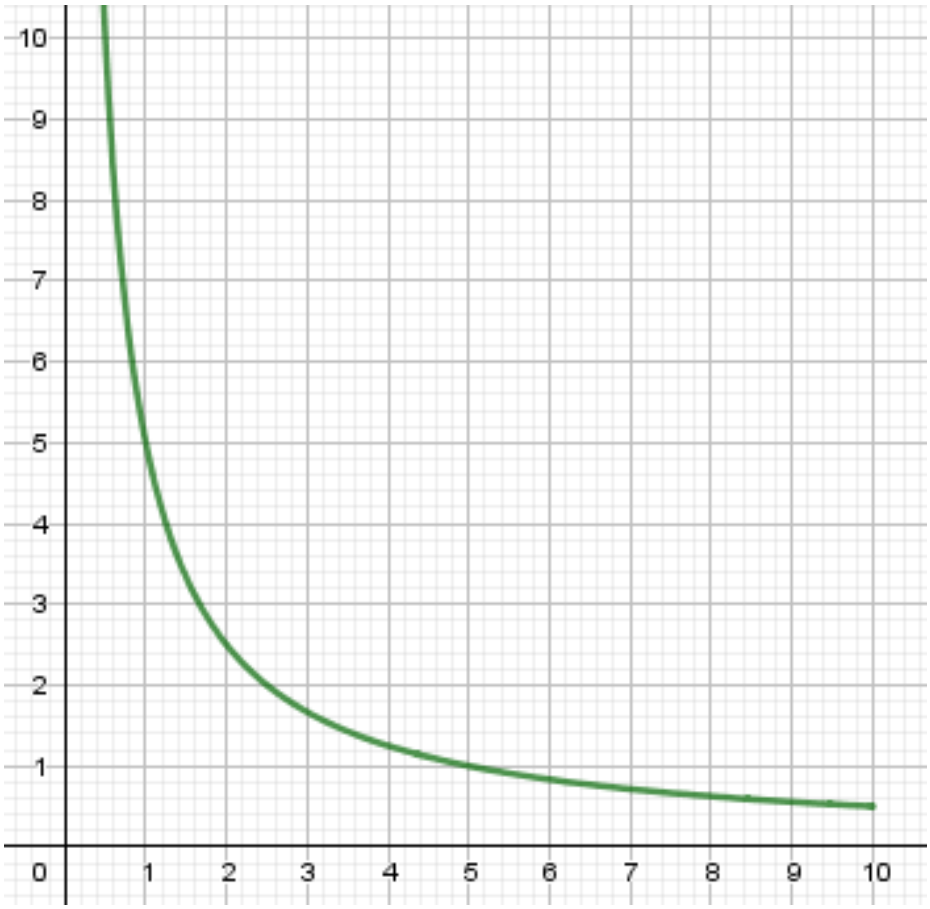
29 **1.** $k = 5$

2. Pour tout réel x de I, $f'(x) = 5\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{5}{x^2}$.

3. Pour tout réel x de I, $f'(x) < 0$ donc f est décroissante sur I.

x	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
$f(x)$	50	25	10	5	2,5	1	0,5

4.



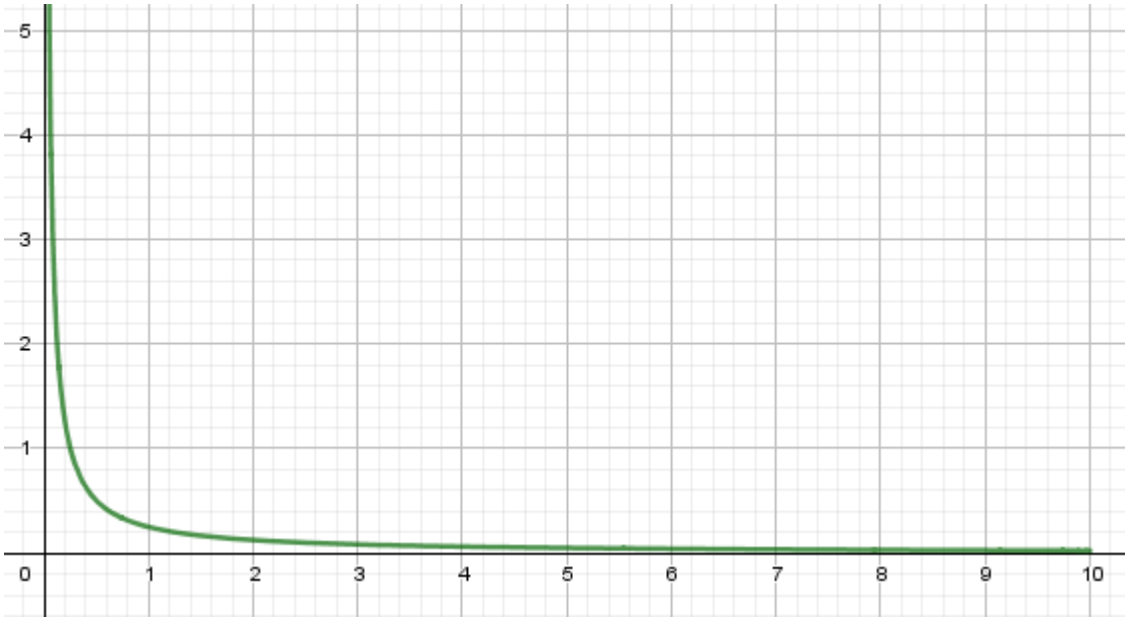
30 **1.** $k = \frac{1}{4}$

2. Pour tout réel x de I, $f'(x) = \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{4x^2}$.

3. Pour tout réel x de I, $f'(x) < 0$ donc f est décroissante sur I.

x	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
$f(x)$	2,5	1,25	0,5	0,25	0,125	0,05	0,025

4.



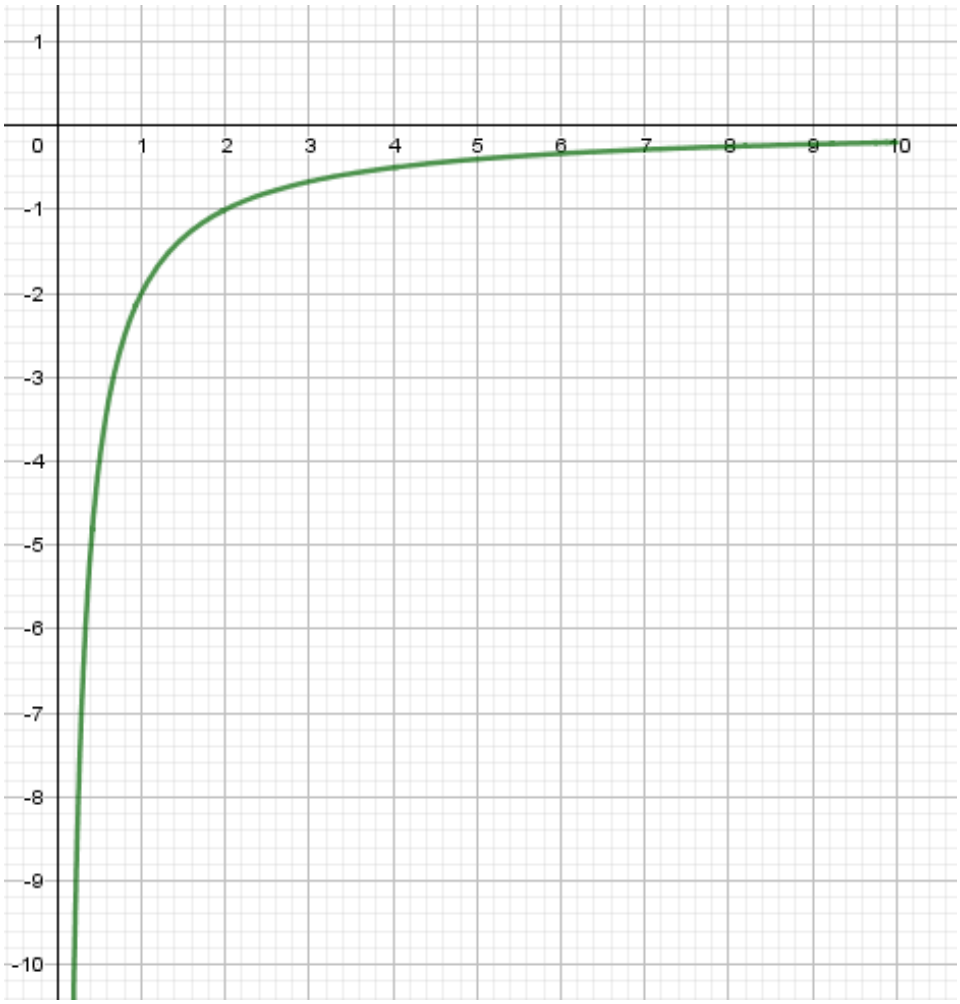
31 **1.** $k = -2$

2. Pour tout réel x de I, $f'(x) = -2\left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2}{x^2}$.

3. Pour tout réel x de I, $f'(x) > 0$ donc f est croissante sur I.

x	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10
$f(x)$	–20	–10	–4	–2	–1	–0,4	–0,2

4.

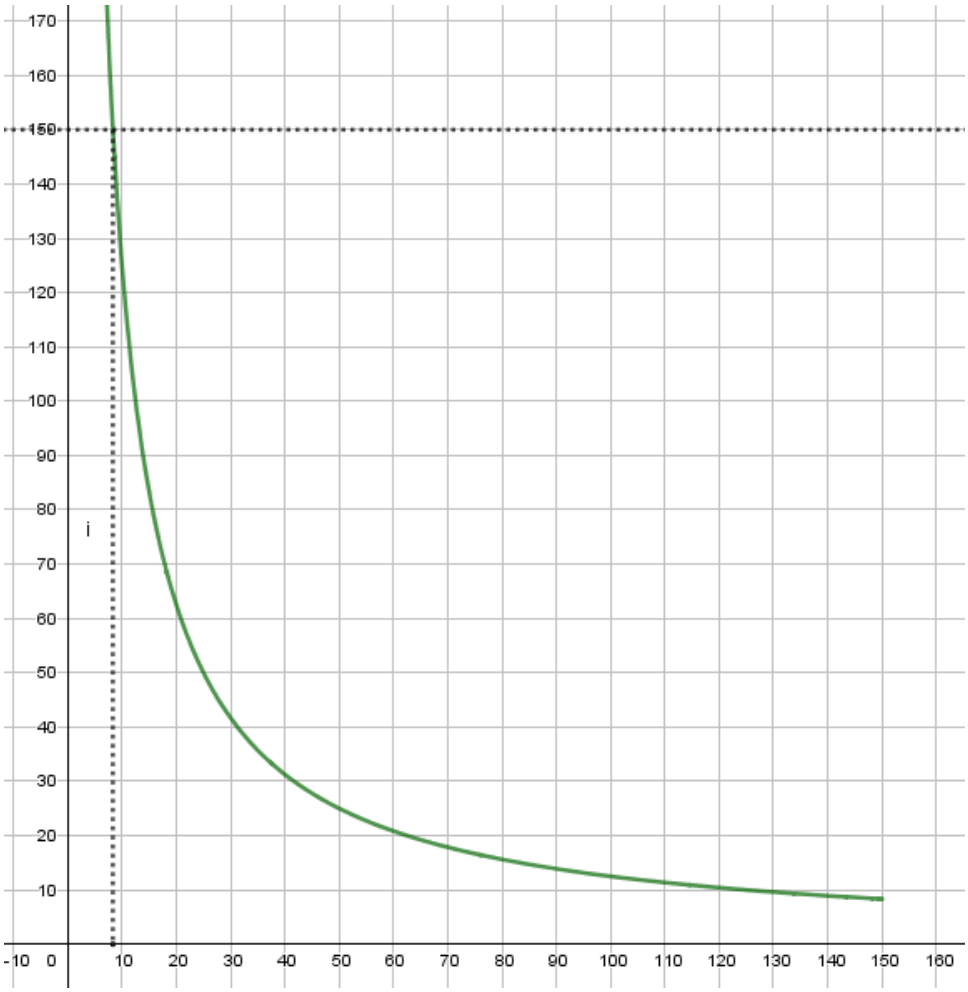


32 La proposition est fausse. Si $k < 0$, f est croissante sur $]0 ; +\infty[$.

33 **1.** La planche est en équilibre si $25 \times 50 = m_B \times OB$ et donc si $OB = \frac{1\,250}{m_B}$.

2. La fonction L est décroissante sur]0 ; 150].

3.



4. Si la distance OB est inférieure à 150 cm, la masse minimale que doit avoir l'objet B pour que l'équilibre soit possible est d'environ 8,3 kg.

34 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

2. a. Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $g'(x) = 0 + 5\left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{5}{x^2}$.

b. Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $x^2 > 0$ donc $g'(x) < 0$.

c. g est décroissante sur]0 ; +∞[.

35 **1.** Pour tout réel x de [1 ; 10], $f'(x) = \frac{19}{x^2}$.

$f'(x) > 0$ sur I.

2.

x	1		10
$f'(x)$		+	
$f(x)$	–10	↗	7,1

36 **1.** Pour tout réel x de [0,1 ; 10], $f\,'(x) = -\frac{3}{x^2}$.
$f\,'(x) < 0$ sur I.
2.

x	0,1	10
$f\,'(x)$	–	
$f(x)$	41 ↘	11,3

37 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f(x) = \frac{x}{x} + \frac{4}{x} = 1 + \frac{4}{x}$.
2. Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f\,'(x) = -\frac{4}{x^2}$.
3. f est décroissante sur]0 ; +∞[.

38 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f\,'(x) = 5 + 0 - 2\left(-\frac{1}{x^2}\right) = 5 + \frac{2}{x^2}$
2. a. Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $5 > 0$ et $\frac{2}{x^2} > 0$ donc $f\,'(x) > 0$ (somme de termes strictement positifs).
b. f est croissante sur]0 ; +∞[.

39 **1.** $f\,'(x) = 0 - 3 + \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -3 - \frac{1}{x^2}$
2. Pour tout réel x de]0 ; +∞[,
$-3 < 0$ et $-\frac{1}{x^2} < 0$ donc $f\,'(x) < 0$ (somme de termes strictement négatifs).
3. La fonction f est décroissante sur]0 ; +∞[.

40 **1.** Pour tout réel x de I, $f'(x) = -1 - \frac{10}{x^2}$.

2. Pour tout réel x de I, $f'(x) = -\frac{x^2}{x^2} - \frac{10}{x^2} = \frac{-x^2-10}{x^2}$.

3. a. Pour tout réel x de I, $-x^2 - 10 < 0$ car $-x^2 < 0$ et $-10 < 0$.

b. $f'(x) < 0$.

c. f est décroissante sur I.

4. a.

x	0,1	0,5	1	2	3	5	10
$f(x)$	106,9	26,5	16	10	$f(3)$	4	–2

avec $f(3) \approx 7{,}3$.

b.



41 **1.** Pour tout réel x de I, $f(x) = \frac{x^2}{x} - \frac{2}{x} + \frac{9}{x} = x - 2 + \frac{9}{x}$.

2. a. Pour tout réel x de I, $f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$.

b. $f'(x) = \frac{x^2}{x^2} - \frac{9}{x^2} = \frac{x^2-9}{x^2}$

3. a. Sur I, $x^2 > 0$.

b. On en déduit que sur I, $f'(x)$ a le même signe $(x^2 - 9)$.

c. $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

Sur $\mathbb{R}$:

$x^2 - 9 \geq 0$ sur $]-\infty ; -3]$ et sur $[3 ; +\infty[$; et $x^2 - 9 \leq 0$ sur $[-3 ; 3]$.

Sur I :

$x^2 - 9 \geq 0$ sur $[3 ; 10]$; et $x^2 - 9 \leq 0$ sur $[1 ; 3]$.

4.

x	1		3		10
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	8	↘	4	↗	8,9

42 **1.** Pour tout x appartenant à l'intervalle [5; 60], $f'(x) = 1 - \frac{400}{x^2} = \frac{x^2-400}{x^2}$.

2. Pour tout x appartenant à l'intervalle [5; 60], $x^2 > 0$ donc $f'(x)$ a le même signe $(x^2 - 400)$.
b. $x^2 - 400 = x^2 - 20^2 = (x - 20)(x + 20)$
c. Sur $\mathbb{R}$:
$x^2 - 400 \geq 0$ sur $]-\infty ; -20]$ et sur $[20 ; +\infty[$; et $x^2 - 400 \leq 0$ sur $[-20 ; 20]$.
Sur [5 ; 60] :
$x^2 - 400 \geq 0$ sur [20 ; 60] ; et $x^2 - 400 \leq 0$ sur [5 ; 20].

3.

x	5		20		60
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	70	↘	25	↗	$f(60)$

avec $f(60) \approx 51{,}67$

4. Le coût moyen quotidien de production est minimal lorsque l'entreprise fabrique 20 m^3 d'engrais. Ce coût moyen minimal est de 2 500 €.

43 **1. a.** $p(x) = 2x + 2y$

b. L'aire est égale à 625 m² donc $xy = 625$, d'où $y = \frac{625}{x}$ avec $x > 0$.

c. Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $p(x) = 2x + 2y = 2x + \frac{1\,250}{x}$.

2. a. Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $p'(x) = 2 - \frac{1250}{x^2}$.

b. Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $p'(x) = 2 - \frac{1250}{x^2} = \frac{2x^2-1250}{x^2} = \frac{2(x^2-625)}{x^2}$.

3. a. Sur $]0 ; +\infty[$, $p'(x)$ a le même signe $(x^2 - 625)$ car $x^2 > 0$ et $2 > 0$.
b. $x^2 - 625 = x^2 - 25^2 = (x - 25)(x + 25)$.
c. Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $x > 0$ donc $x + 25 > 25$, et par suite $x + 25$ est strictement positif.
d. Sur $]0 ; +\infty[$, p'(x) a le même signe $(x^2 - 625)$,
et donc p'(x) a le même signe que $(x - 25)(x + 25)$.
Comme sur $]0 ; +\infty[$, $x + 25 > 0$, p'(x) a le même signe que $(x - 25)$.

4. a.

x	0		25		$+\infty$
$p'(x)$	‖	–	0	+	
$p(x)$	‖	↘	100	↗	

b Le rectangle d'aire 625 m² qui a le plus petit périmètre est un carré de côté 25 m.

Pour s'entraîner

44 **1.** $f'(x) = 10x - 30$
Sur $[1 ; 3]$, $f'(x) \leq 0$ et sur $[3 ; 5]$, $f'(x) \geq 0$.
2.

x	1		3		5
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	–14	↘	–34	↗	–14

45 **1.** $f'(x) = -0{,}2x + 6$
Sur $[1 ; 30]$, $f'(x) \geq 0$ et sur $[30 ; 50]$, $f'(x) \leq 0$
2.

x	1		30		50
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$	6,9	↗	91	↘	51

3. Sur $[1 ; 50]$, le minimum de f est 6,9 et son maximum est 91.

46 **1.** Conjectures :
a. f semble décroissante sur $[-2 ; -1]$ et croissante sur $[-1 ; 1]$.
b. L'équation réduite de la tangente T semble être : $y = 70x - 30$.
2. Pour tout réel x de $[-2 ; 1]$, $f'(x) = 70x + 70$.
3. Sur $[-2 ; -1]$, $f'(x) \leq 0$ donc f est décroissante sur cet intervalle.
Sur $[-1 ; 1]$, $f'(x) \geq 0$ donc f est croissante sur cet intervalle.
La tangente T a pour coefficient directeur de T : $f'(0) = 70$.
L'équation réduite de T est donc de la forme $y = 70x + p$.
Et T passe par $A(0 ; -30)$ donc $p = -30$.
L'équation réduite de T est $y = 70x - 30$.

47 **1.** Pour tout réel x de $[0 ; 10]$, $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$.
$3(x - 1)(x - 5) = (3x - 3)(x - 5) = 3x^2 - 15x - 3x + 15 = f'(x)$
2. $f'(x) \geq 0$ sur $[0 ; 1]$ et sur $[5 ; 10]$, et $f'(x) \leq 0$ sur $[3 ; 5]$.

3.

x	0		1		5		10
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	1	↗	8	↘	–24	↗	251

48 **1.** Pour tout réel x de $[0 ; 20]$, $f\,'(x) = 3x^2 - 66x + 216$.
Pour tout réel x de $[0 ; 20]$, $(3x - 54)(x - 4) = 3x^2 - 12x - 54x + 216 = f\,'(x)$
2. $f\,'(x) \geq 0$ sur $[0 ; 4]$ et sur $[18 ; 20]$, et $f\,'(x) \leq 0$ sur $[4 ; 18]$.
3.

x	0		4		18		20
$f\,'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	100	↗	500	↘	–872	↗	–780

4. Sur $[0 ; 20]$, le minimum de f est -872 et son maximum est 500.

49 **1.** Pour tout réel x de $[-10 ; 10]$, $f\,'(x) = -15x^2 + 60$.
$-15(x^2 - 4) = -15x^2 + 60 = f\,'(x)$
2. $f\,'(x) \leq 0$ sur $[-10 ; -2]$ et sur $[2 ; 10]$, et $f\,'(x) \geq 0$ sur $[-2 ; 2]$.
3.

x	–10		–2		2		10
$f\,'(x)$		–	0	+	0	–	
$f(x)$	4 401	↘	–79	↗	81	↘	–4399

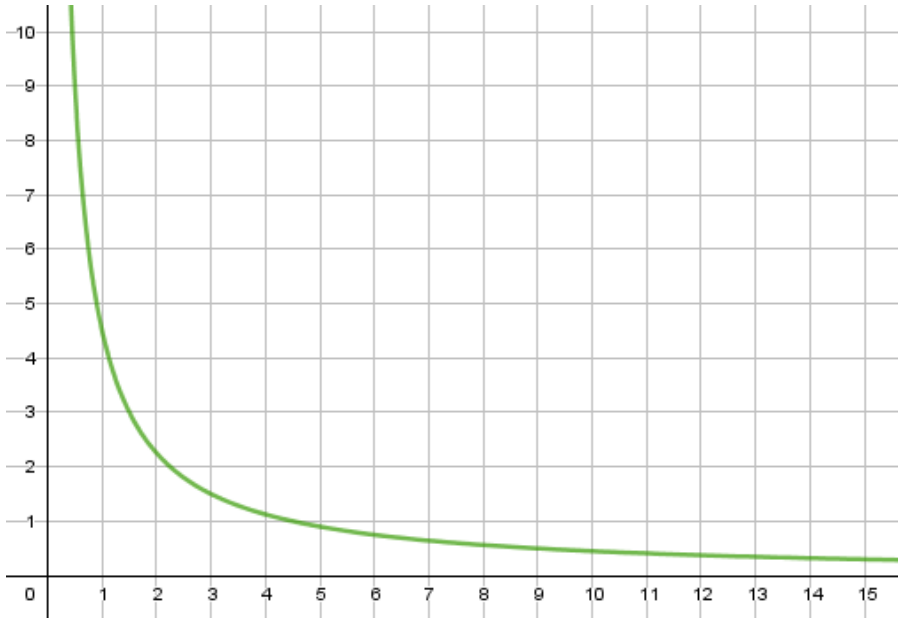
4. Une équation de la tangente à C_f en son point d'abscisse 1 est : $y = 45x + 11$.

50 **1.** Pour tout x de $[0,5 ; 3]$, $B\,'(x) = -6x^2 + 6x + 12$.
2. Pour tout x de $[0,5 ; 3]$, $-6(x+1)(x - 2) = (-6x - 6)(x - 2) = -6x^2 + 12x - 6x + 12 = B'(x)$.
3. $B\,'(x) \leq 0$ sur $[2 ; 3]$, et $B\,'(x) \geq 0$ sur $[0,5 ; 2]$.

x	0,5		2		3
$B\,'(x)$		+	0	–	
$B(x)$	–8,5	↗	5	↘	–6

4. Le bénéfice maximal est réalisé par la fabrication et la vente de 200 bijoux.

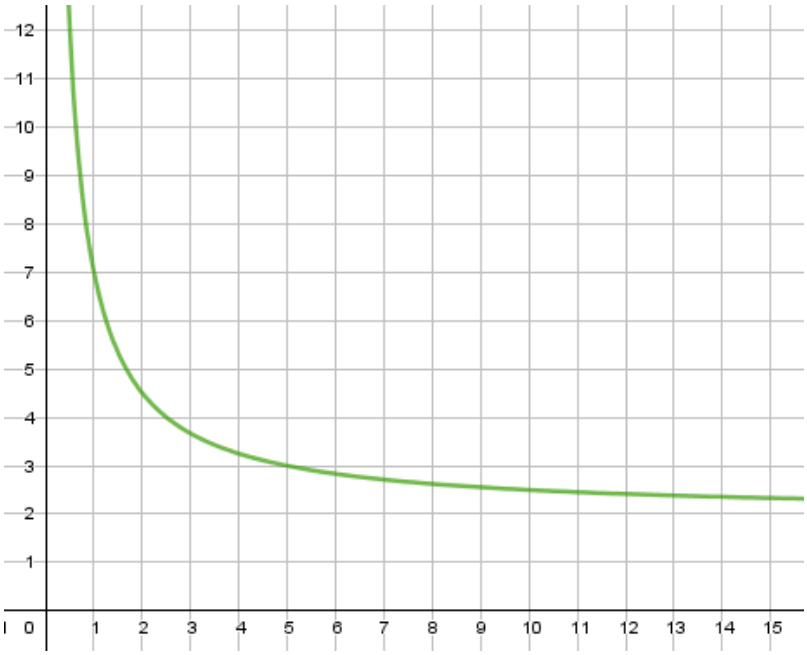
51 **1.** Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{9}{2x^2}$
f est décroissante sur $]0 ; +\infty[$.
2.



52 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{7}{x^2}$
f est décroissante sur $]0 ; +\infty[$.
2. L'ordonnée du point de C_f d'abscisse 100 est 0,07.
3. Si $x > 1\,000$, alors $f(x) < f(1\,000)$ et donc $f(x) < 0{,}007$.
4.

```
def inverse():
    n=1
    while 7/n>0.0003:
        n=n+1
    return(n)
```

53 **1.** Pour tout réel x, $f'(x) = -\frac{5}{x^2}$
f est décroissante sur $]0 ; +\infty[$.
2. $f(10) = 2{,}5$; $f(100) = 2{,}05$; $f(1\,000) = 2{,}005$ et $f(10\,000) = 2{,}0005$.
3. Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $\frac{5}{x} > 0$ donc $f(x) > 2$.
4.



54 **1.** Pour tout réel x de $]0 ; 5]$, $f'(x) = 3 - \frac{48}{x^2}$.
2. Pour tout réel x de $]0 ; 5]$, $f'(x) = \frac{3x^2-48}{x^2} = \frac{3(x^2-16)}{x^2} = \frac{3(x-4)(x+4)}{x^2}$
3. $f'(x) \leq 0$ sur $]0 ; 4]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $[4 ; 5]$.
4.

x	0		4		5
$f'(x)$	‖	–	0	+	
$f(x)$	‖	↘	23	↗	23,6

55 **1.** Pour tout réel x de I, $f'(x) = 16 - \frac{1}{x^2}$ donc $f'(x) = \frac{16x^2-1}{x^2}$
2. Pour tout réel x de I, $f'(x) = \frac{(4x-1)(4x+1)}{x^2}$.
Sur I, $x^2 > 0$ et $4x + 1 > 0$ donc $f'(x)$ a le même signe que $4x - 1$.
3.

x	0		0,25		5
$f'(x)$	‖	–	0	+	
$f(x)$	‖	↘	12	↗	84,2

4. La fonction f admet un minimum en 0,25. Ce minimum est égal à 12.

56 **1.** Pour tout réel x de I, $f'(x) = 2 + \frac{71}{x^2} = \frac{2x^2+71}{x^2}$.
2. Pour tout réel x de I, $x^2 > 0$ et $2x^2 + 71 > 0$ donc $f'(x) > 0$ et, par conséquent, f est croissante sur $]0 ; +\infty[$.

57 Pour tout réel x de $]0 ; 20]$, $f'(x) = 8 + \frac{5}{x^2} = \frac{8x^2+5}{x^2}$.

x	0		20
$f'(x)$	‖	+	
$f(x)$	‖	↗	56,75

58 Pour tout réel x de $]0 ; 20]$, $f'(x) = 1 - \frac{121}{x^2} = \frac{x^2-121}{x^2}$.

x	0		11		20
$f'(x)$	‖	–	0	+	
$f(x)$	‖	↘	15	↗	19,05

59 Pour tout réel x de $]0 ; 20]$, $f'(x) = -2 - \frac{25}{x^2} = \frac{-2x^2-25}{x^2}$.

x	0		20
$f'(x)$	‖	–	
$f(x)$	‖	↘	–19,75

60 Pour tout réel x de $]0 ; 20]$, $f'(x) = -9 + \frac{1}{x^2} = \frac{-9x^2+1}{x^2}$.

x	0		$\frac{1}{3}$		20
$f'(x)$	‖	+	0	–	
$f(x)$	‖	↗	5	↘	–169,05

61 Pour tout réel x de $]0 ; 20]$, $f'(x) = -10 + \frac{40}{x^2} = \frac{-10x^2+40}{x^2}$.

x	0		2		20
$f'(x)$	‖	+	0	–	
$f(x)$	‖	↗	–14	↘	–176

62 Pour tout réel x de]0 ; 20], $f'(x) = 7 - \frac{28}{x^2} = \frac{7x^2-28}{x^2}$.

x	0		2		20
$f'(x)$	‖	–	0	+	
$f(x)$	‖	↘	31	↗	144,4

63 **1.** Faux
2. Faux
3. Faux

64 **1. a.** La fonction f semble décroissante sur]0 ; 2] et croissante sur [2 ; +∞[.
b. Par lecture graphique :
une équation de la tangente au point A est : $y = 0{,}75x$;
une équation de la tangente au point B est : $y = 2$.

2. a. Pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$
b. $f'(x) = \frac{x^2-4}{x^2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}$.
Sur]0 ; +∞[, $x^2 > 0$ et $x + 2 > 0$ donc $f'(x)$ a le même signe que $x - 2$.
$f'(x) \leq 0$ sur]0 ; 2] donc f est décroissante sur cet intervalle.
Et $f'(x) \geq 0$ sur [2 ; +∞[donc f est croissante sur cet intervalle.

c. Au point A, la tangente passe par A(4 ; 3) et a pour coefficient directeur : $f'(4) = 0{,}75$.
Une équation de la tangente est bien : $y = 0{,}75x$.

Au point B, la tangente passe par B(2 ; 2) et a pour coefficient directeur : $f'(2) = 0$.
Une équation de la tangente est bien : $y = 2$.

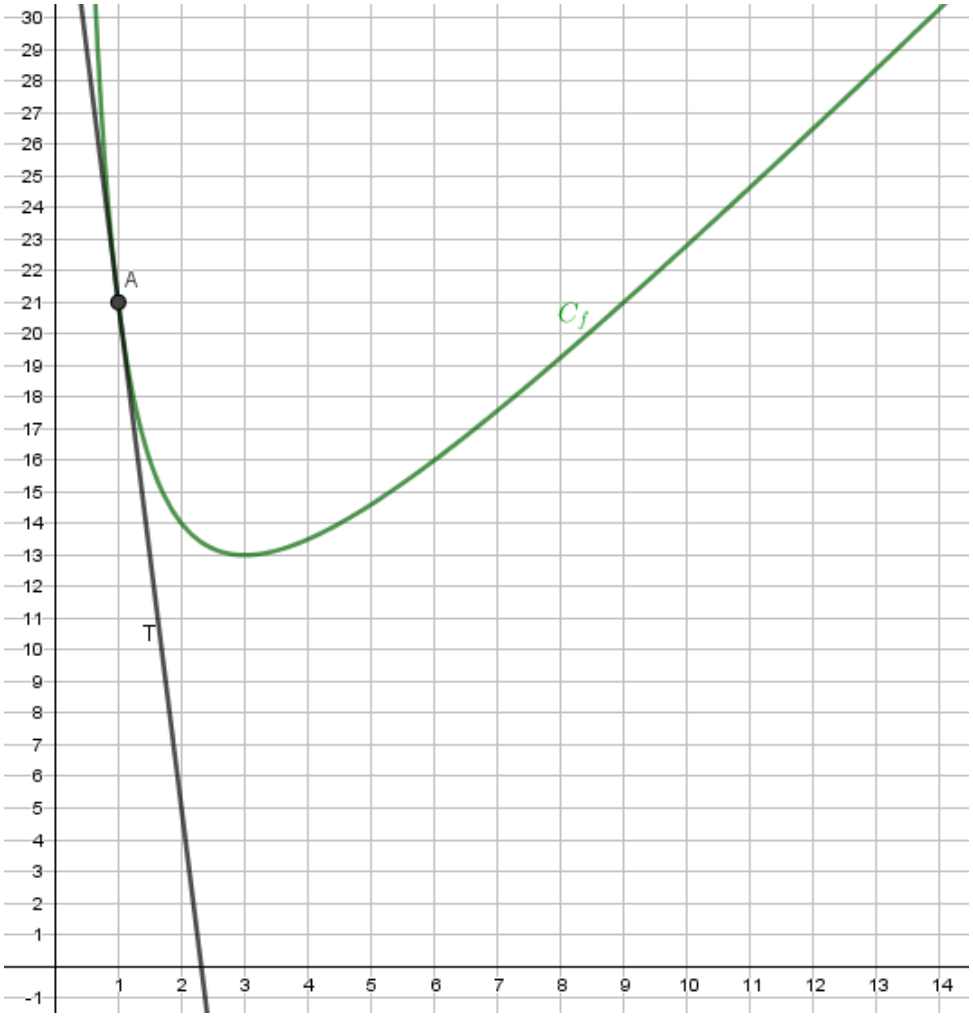
65 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f(x) = \frac{2x^2}{x} + \frac{x}{x} + \frac{18}{x} = 2x + 1 + \frac{18}{x}$.

2. Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f'(x) = 2 - \frac{18}{x^2} = \frac{2x^2-18}{x^2} = \frac{2(x^2-9)}{x^2}$

3. La fonction f est décroissante sur]0 ; 3] et croissante sur [3 ; +∞[.

4. Equation de la tangente : $y = -16x + 37$.

5.



66 **1.** Pour tout réel x de]0 ; 2], $f'(x) = 3x^2 + 3 + \frac{7}{x^2}$.

2. Sur]0 ; 2], $f'(x)$ est la somme de termes strictement positifs, donc $f'(x) > 0$ et f est croissante sur]0 ; 2].

67 **1.** Pour tout réel x de]0 ; 2], $f'(x) = 3x^2 + 1 - \frac{4}{x^2}$.

2. $f'(x) = \frac{3x^4+x^2-4}{x^2}$ et $(3x^2 + 4)(x^2 - 1) = 3x^4 - 3x^2 + 4x^2 - 4 = 3x^4 + x^2 - 4$

donc $f'(x) = \frac{(3x^2+4)(x^2-1)}{x^2}$.

3. $f'(x) = \frac{(3x^2+4)(x-1)(x+1)}{x^2}$

Sur]0 ; 2], $f'(x)$ a le même signe que $x - 1$.
$f'(x) \leq 0$ sur]0 ; 1] donc f est décroissante sur cet intervalle ;
et $f'(x) \geq 0$ sur [1 ; 2] donc f est croissante sur cet intervalle.
De plus, $f(1) = 7$ et $f(2) = 13$.

68 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f(x) = x^2 + 3x + 1 + \frac{1}{x}$
Donc $f'(x) = 2x + 3 - \frac{1}{x^2}$.
Donc $f'(x) = \frac{2x^3+3x^2-1}{x^2}$
Or $(x + 1)^2(2x - 1) = (x^2 + 2x + 1)(2x - 1) = 2x^3 + 3x^2 - 1$.
Donc $f'(x) = \frac{(x+1)^2(2x-1)}{x^2}$.
2. Sur]0 ; +∞[, $(x + 1)^2 > 0$ et $x^2 > 0$ donc $f'(x)$ a le même signe que $2x$ - **1.**
3.

x	0		0,5		+∞
$f'(x)$	‖	–	0	+	
$f(x)$	‖	↘	4,75	↗	

69 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f(x) = \frac{x^3}{2x} + \frac{6x}{2x} + \frac{2}{2x} = \frac{1}{2}x^2 + 3 + \frac{1}{x}$.

2. Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f'(x) = x - \frac{1}{x^2} = \frac{x^3-1}{x^2}$
Or $(x - 1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1$ donc $f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2}$

3. a. Sur]0 ; +∞[, $x^2 + x + 1 > 0$.

b. $f'(x) \leq 0$ sur]0 ; 1] et $f'(x) \geq 0$ sur [1 ; +∞[.

4.

x	0		1		+∞
$f'(x)$	‖	–	0	+	
$f(x)$	‖	↘	4,5	↗	

70 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f'(x) = 6x + \frac{5}{x^2} = \frac{6x^3+5}{x^2}$
2. Sur]0 ; +∞[, $x^3 > 0$ donc $6x^3 + 5 > 5$ et par suite, $6x^3 + 5 > 0$
3. f est croissante sur]0 ; +∞[.

71 **1.** Pour tout réel x de]0 ; +∞[, $f\,'(x) = x - \frac{8}{x^2} = \frac{x^3-8}{x^2}$

2. a. Cette équation a une solution : 2.

b. Sur]0 ; 2], $x^3 - 8 \leq 0$ et sur [2 ; +∞[, $x^3 - 8 \geq 0$.

3.

x	0		2		+∞
$f\,'(x)$	‖	–	0	+	
$f(x)$	‖	↘	11	↗	

72 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

Errata : *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, dans la question* ***3.****, il faut lire v à la place de f.*

1. a. L'allure de Gabin est de 6 min/km.

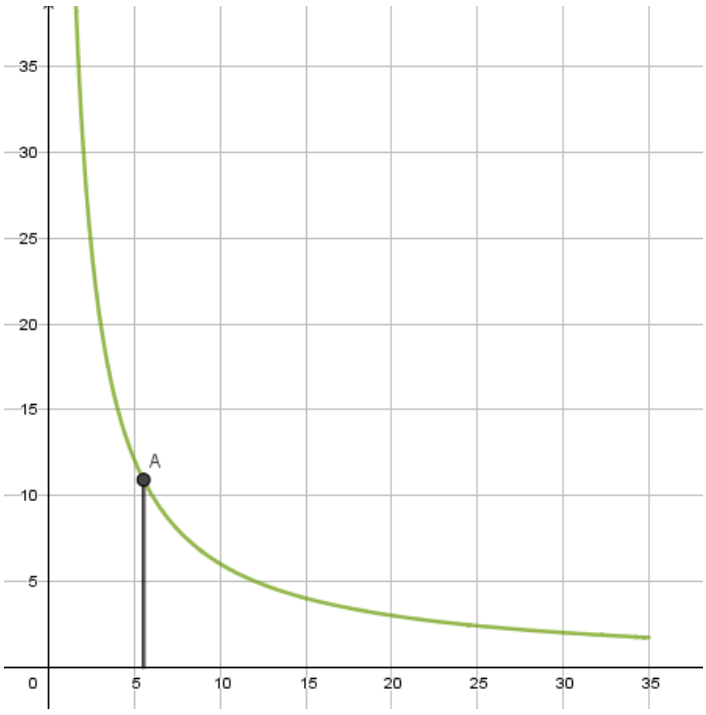
b. Sa vitesse moyenne est de 10 km/h

2. La vitesse moyenne est égale à $\frac{60}{a}$ km/h.

3. a. Pour tout réel a de]0 ; 35], $v(a) = \frac{60}{a}$ donc $v\,'(a) = -\frac{60}{a^2}$.

La fonction v est décroissante.

b.



c. Sa vitesse moyenne est inférieure à 10,91 km/h.

4. Cet appel retourne (5.0, 12.0).

Un coureur qui parcourt 9,2 km en 46 minutes a une allure de 5 min/km et une vitesse moyenne de 12 km/h.

73 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

1. a. Pour tout réel x de [0,3 ; 6], $f'(x) = 4 - \frac{9}{x^2} = \frac{4x^2-9}{x^2}$

donc $f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$.

b.

x	0,3		1,5		6
$f'(x)$		–	0	+	
$f(x)$	31,2	↘	12	↗	25,5

c. Le coût moyen minimal est de 1 200 euros.

2. a. La recette est de 6 000 euros et le coût total de 4 500 euros.
b. Le bénéfice réalisé est égal à 1 500 euros.
3. Dans la cellule **B3** : **=20*A3**
Dans la cellule **C3** : **=4*A3+9/A3**
Dans la cellule **D3** : **=A3*C3**
Dans la cellule **E3** : **=B3-D3**
4. Pour réaliser un bénéfice, l'entreprise doit produire et vendre entre 0,5 tonne et 4,5 tonnes de farine.

74 **1. a.** Pour tout réel x de [42 ; 50], $f'(x) = 2x - 84$.
Sur [42 ; 50], $f'(x) \geq 0$
b. f est croissante sur [42 ; 50].
2. La proportion de pommes avariées non écartées est égale à $\frac{f(x)}{100x}$.
Sur [42 ; 50], $\frac{f(x)}{100x} \leq 0{,}03$ équivaut à $\frac{f(x)}{x} \leq 3$.
3. a. Pour tout réel x de [42 ; 50], $g(x) = \frac{x^2}{x} - \frac{84x}{x} + \frac{1849}{x} = x - 84 + \frac{1849}{x}$.
b. Pour tout réel x de [42 ; 50], $g'(x) = 1 - \frac{1\,849}{x^2} = \frac{x^2-1\,849}{x^2}$

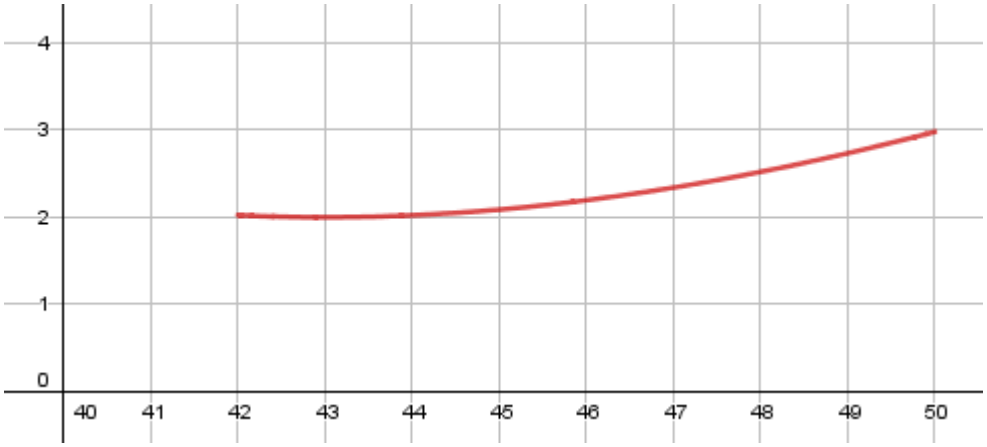
donc $g'(x) = \frac{(x-43)(x+43)}{x^2}$.

c.

x	42		43		50
$g'(x)$		–	0	+	
$g(x)$	$g(42)$	↘	2	↗	2,98

avec $g(42) = \frac{85}{42} \approx 2{,}02$.

d.



e. le nombre maximum est de 5 000 pommes.

75 **Partie A. Étude du coût moyen**

1. Pour tout réel x de]0 ; 11], $C_M(x) = \dfrac{0{,}5x^3 - 4x^2 + 20x + 72}{x} = 0{,}5x^2 - 4x + 20 + \dfrac{72}{x}$

2. Pour tout réel x de]0 ; 11], $C_M'(x) = x - 4 - \dfrac{72}{x^2} = \dfrac{x^3 - 4x^2 - 72}{x^2}$

et $(x - 6)(x^2 + 2x + 12) = x^3 - 4x^2 - 72$

donc $C_M'(x) = \dfrac{(x-6)(x^2+2x+12)}{x^2}$.

3. Sur l'intervalle]0 ; 11], $x^2 + 2x + 12 > 0$ et $x^2 > 0$ donc $C_M'(x)$ est du signe de $x - 6$.

x	0		6		11
$C_M'(x)$	‖	–	0	+	
$C_M(x)$	‖	↘	26	↗	$C_M(11)$

avec $C_M(11) = \dfrac{947}{22} \approx 43$.

4. Le coût moyen est minimal lorsque l'entreprise fabrique 6 tonnes de bouteilles.
Ce coût moyen minimal est de 26 000 euros.

Partie B. Étude du bénéfice

1. L'entreprise réalise un bénéfice lorsqu'elle fabrique et vend entre 3 et 10 tonnes de bouteilles.

2. a. $B(x) = 37{,}5x - C_T(x) = 37{,}5x - (0{,}5x^3 - 4x^2 + 20x + 72) = -0{,}5x^3 + 4x^2 + 17{,}5x - 72$

b. $B'(x) = -1{,}5x^2 + 8x + 17{,}5$

c. Pour tout réel x de [0 ; 11], $-0{,}5(x - 7)(3x + 5) = -0{,}5(3x^2 - 16x - 35) = -1{,}5x^2 + 8x + 17{,}5$
donc $B'(x) = -0{,}5(x - 7)(3x + 5)$.

d.

x	0		7		11
$B'(x)$		+	0	–	
$B(x)$	−72	↗	75	↘	−61

e. Le bénéfice est maximal lorsque l'entreprise produit et vend 7 tonnes de bouteilles. Ce bénéfice maximal est de 75 000 euros.

© Bordas

Pour travailler en autonomie

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

76 **1.** $f'(x) = 8x - 18$

$f'(x) \leq 0$ sur $[-7 ; 2{,}25]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $[2{,}25 ; 7]$.

2.

x	-7		$2{,}25$		7
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	329	↘	$-13{,}25$	↗	77

77 **1.** $f'(x) = -12x + 24$

$f'(x) \leq 0$ sur $[2 ; 5]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $[-2 ; 2]$.

2.

x	-2		2		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-89	↗	7	↘	-47

78 **1.** $f'(x) = 9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$

2. $f'(x) \leq 0$ sur $[-\frac{5}{3} ; \frac{5}{3}]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $[-2 ; -\frac{5}{3}]$ et sur $[\frac{5}{3} ; 2]$.

3.

x	-2		$-\frac{5}{3}$		$\frac{5}{3}$		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	29	↗	$\frac{277}{9}$	↘	$-\frac{223}{9}$	↗	-23

79 **1.** $f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$

$6(x - 2)(x - 3) = (6x - 12)(x - 3)$

$= 6x^2 - 18x - 12x + 36$

$= 6x^2 - 30x + 36$

$= f'(x)$

2. $f'(x) \leq 0$ sur $[2 ; 3]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $[1 ; 2]$ et sur $[3 ; 4]$.

3.

x	1		2		3		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	1	↘	0	↗	5

80 **1. a.** f est croissante sur $[-8 ; -6]$ et sur $[0,5 ; 3]$ et f est décroissante sur $[-6 ; 0,5]$.
b. $f'(0) = -1,8$
2. a. $f'(x) = 0,6x^2 + 3,3x - 1,8$
b. $0,6(x + 6)(x - 0,5) = (0,6x + 3,6)(x - 0,5)$
$= 0,6x^2 - 0,3x + 3,6x - 1,8$
$= 0,6x^2 + 3,3x - 1,8$
$= f'(x)$
c.

x	-8		-6		$0,5$		3
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	7,6	↗	17	↘	$-10,4625$	↗	4,85

d. T a pour équation : $y = -1,8x - 10$.

81 $f'(x) = -\frac{11}{x^2}$ et $g'(x) = -\frac{1}{12x^2}$ et $h'(x) = -\frac{3}{8x^2}$

82 **1. a.** $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$
b. Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $f'(x) < 0$. Donc f est décroissante sur $]0 ; +\infty[$.
2. a. $g'(x) = 7 + \frac{1}{x^2}$.
Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$, $g'(x) > 0$.
b. La fonction g est croissante sur $]0 ; +\infty[$.

83 **1.** Réponse **a.**
2. Réponse **c.**
3. Réponse **b.**

84 **1.** Pour tout réel x de $]0 ; 5]$,
$f'(x) = -1 + \frac{4}{x^2} = -\frac{x^2}{x^2} + \frac{4}{x^2} = \frac{4-x^2}{x^2}$.
2. $f'(x) = \frac{4-x^2}{x^2} = \frac{(2-x)(2+x)}{x^2}$.
Pour tout réel x de $]0 ; 5]$, $x^2 > 0$ et $2 + x > 0$ donc $f'(x)$ a le même signe que $2 - x$.
3.

x	0		2		5
$f'(x)$	‖	+	0	–	
$f(x)$	‖	↗	-1	↘	$-2,8$

85 **1.** Vrai
2. Vrai
3. Faux

86 **1.** Pout réel x de $[1 ; 7]$,

$f'(x) = 3x - 9 - \frac{48}{x^2} = \frac{3x^3 - 9x^2 - 48}{x^2}$

Or $3(x - 4)(x^2 + x + 4) = (3x - 12)(x^2 + x + 4)$
$= 3x^3 + 3x^2 + 12x - 12x^2 - 12x - 48$
$= 3x^3 - 9x^2 - 48$

Donc $f'(x) = \frac{3(x-4)(x^2+x+4)}{x^2}$.

2. Pour tout réel x de [1 ; 7], $3>0$, $x^2 > 0$ et $x^2 + x + 4 > 0$ donc $f'(x)$ a le même signe que $x - 4$.

3. f est décroissante sur [1 ; 4] et croissante sur [4 ; 7].

4. Le minimum de f sur [1 ; 7] est $f(4)$, c'est-à-dire 24.

87 **1. a.** $g'(x) = -0,4x + 50$

b. g est croissante sur [10 ; 100].

2. a. Pour tout réel x de [10 ; 100],

$h(x) = \frac{-0,2x^2}{x} + \frac{50x}{x} + \frac{80}{x}$
$= -0,2x + 50 + \frac{80}{x}$

b. $h'(x) = -0,2 - \frac{80}{x^2}$.

$-0,2 < 0$ et $-\frac{80}{x^2} < 0$ donc $h'(x) < 0$ car c'est une somme de termes strictement négatifs.

c.

x	10		100
$h'(x)$		+	
$h(x)$	56	↘	30,8

Lorsque la quantité commandée augmente, le prix moyen du kilogramme diminue.

Pour aller plus loin

88 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

Errata : *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, pour la question* ***2****, il faut lire :*

a. Montrer que $p = 9 + \dfrac{98\,000}{x}$

b. Soit L la fonction définie sur [4 000; 15 000] par $L(x) = 9 + \dfrac{98\,000}{x}$.

Montrer que la fonction L est décroissante.

1. Les charges fixes sont de 63 000 (en euros) et le coût de préparation de x repas est de $9x$ (en euros) donc $c(x) = 63\,000 + 9x$.

2. a. Le bénéfice est égal à $b(x) = px - c(x)$, soit $b(x) = px - 9x - 63\,000$.

Ainsi, $px - 9x - 63\,000 = 35\,000$ donc $px = 9x + 98\,000$.

D'où $p = 9 + \dfrac{98\,000}{x}$

b. Pour tout réel x de [4 000; 15 000], $L'(x) = -\dfrac{98\,000}{x^2}$.

$L'(x) < 0$ donc la fonction L est décroissante.

c. Si le restaurateur sert 7 000 repas, le prix du menu doit être de 23 €.

d. Quatre autres façons de réaliser ce bénéfice de 35 000 € :

servir 4 900 repas au prix de 29 € ;

servir 9 800 repas au prix de 19 € ;

servir 11 200 repas au prix de 17,75 € ;

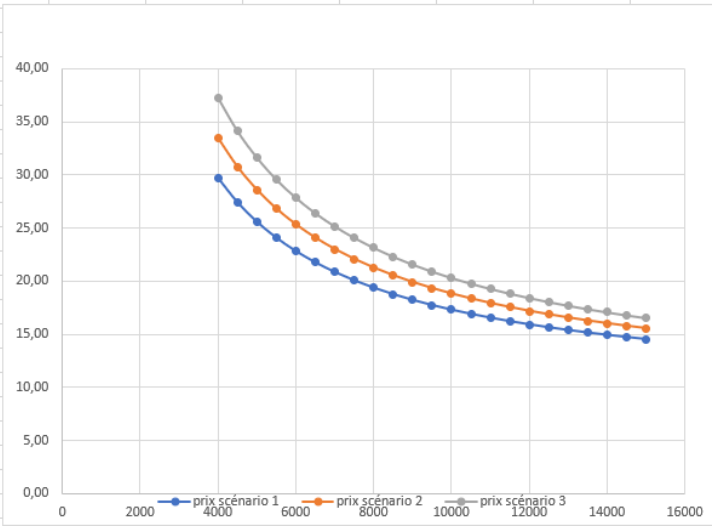
servir 14 000 repas au prix de 16 €

.

3. a. Dans la cellule **B2**, on peut saisir la formule : **=(G$2+$E2)/$A2**.

b.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	prix scénario 1	prix scénario 2	prix scénario 3	coût total	Scénario	1	2	3
2	4000	29,75	33,50	37,25	99000	Bénéfice :	20000	35000	50000
3	4500	27,44	30,78	34,11	103500				
4	5000	25,60	28,60	31,60	108000				
5	5500	24,09	26,82	29,55	112500				
6	6000	22,83	25,33	27,83	117000				
7	6500	21,77	24,08	26,38	121500				
8	7000	20,86	23,00	25,14	126000				
9	7500	20,07	22,07	24,07	130500				
10	8000	19,38	21,25	23,13	135000				
11	8500	18,76	20,53	22,29	139500				
12	9000	18,22	19,89	21,56	144000				
13	9500	17,74	19,32	20,89	148500				
14	10000	17,30	18,80	20,30	153000				
15	10500	16,90	18,33	19,76	157500				
16	11000	16,55	17,91	19,27	162000				
17	11500	16,22	17,52	18,83	166500				
18	12000	15,92	17,17	18,42	171000				
19	12500	15,64	16,84	18,04	175500				
20	13000	15,38	16,54	17,69	180000				
21	13500	15,15	16,26	17,37	184500				
22	14000	14,93	16,00	17,07	189000				
23	14500	14,72	15,76	16,79	193500				
24	15000	14,53	15,53	16,53	198000				



c. La différence entre les différents scénarios lorsque le nombre de repas prévus est important est faible.

89 **1. a.** Sans abonnement, il paie 1 200 €.

Avec abonnement, il paie 898 €.

b. Le pourcentage d'économie réalisé s'il prend un abonnement est d'environ 25,17 %

2. a. Pour tout réel x de [3 000 ; 20 000], $p(x) = \frac{0{,}12x-(58+0{,}12\times0{,}7x)}{0{,}12x} = 0{,}3 - \frac{1450}{3x}$.

b. Pour tout réel x de [3 000 ; 20 000], $p'(x) = \frac{1\,450}{3x^2}$.

c. La fonction p est croissante.

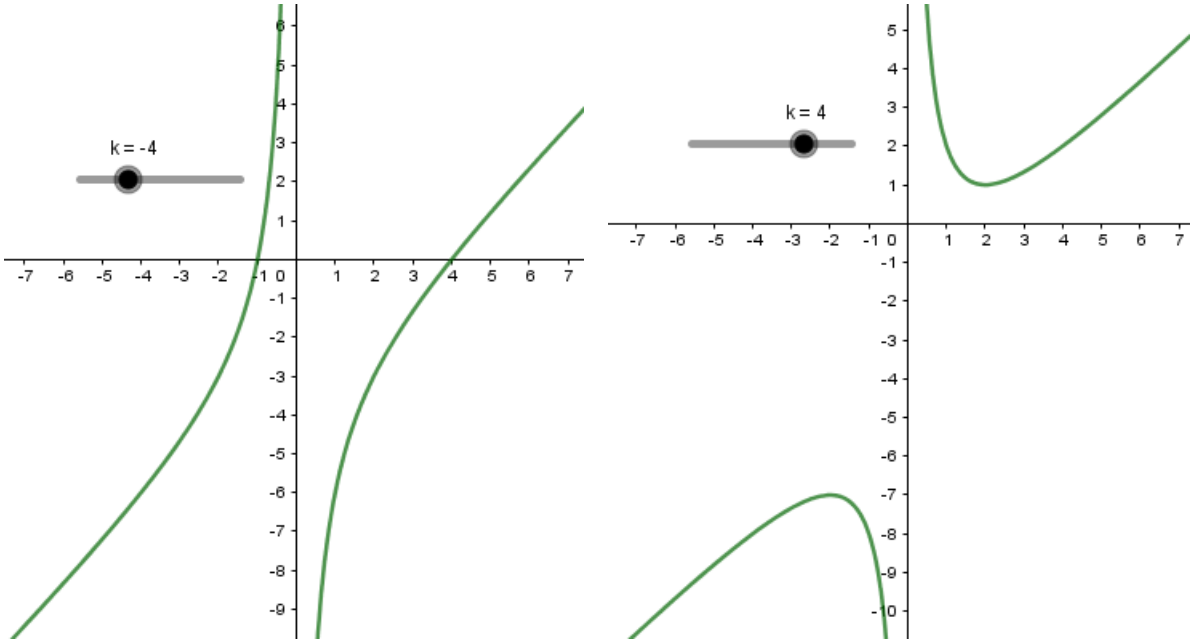
d. À partir de 9 667 kilomètres parcourus le pourcentage d'économie dépassera 25 %.

e. Ce pourcentage ne peut pas dépasser 30 % car $0{,}3 - \frac{1\,450}{3x} < 0{,}3$.

90 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

1. Voir le fichier mis à disposition.

2.



On conjecture que :

Si $k \leq 0$, f_k est croissante sur] –∞ ; 0[et sur]0 ; +∞[.

Si $k > 0$, f_k est décroissante sur $[-\sqrt{k}$; 0[et sur]0 ; $\sqrt{k}$] et f_k est croissante sur] –∞ ; $-\sqrt{k}$] et sur [$\sqrt{k}$; +∞ [.

3. Pour tout réel x non nul, $f_k'(x) = \frac{x^2-k}{x^2}$.

Si $k \leq 0$, pour tout réel x non nul, $f_k'(x) \geq 0$ donc f_k est croissante sur] –∞ ; 0[et sur]0 ; +∞[

Si $k > 0$, $f_k'(x)$ est négatif sur $[-\sqrt{k}$; 0[et sur]0 ; $\sqrt{k}$] donc f_k est décroissante sur chacun de ces intervalles ; et $f_k'(x)$ est positif sur] –∞ ; $-\sqrt{k}$] et sur [$\sqrt{k}$; +∞[donc f_k est croissante sur chacun de ces intervalles

Travaux pratiques

TP Coût moyen, coût marginal et bénéfice

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

A. Coût moyen et bénéfice

1. Voir le fichier mis à joint.

2. a. Pour tout réel x de [0,5 ; 10], $C_M(x) = \dfrac{2x^3-15x^2+52x+50}{x} = 2x^2 - 15x + 52 + \dfrac{50}{x}$.

b. Dans la cellule **C2,** on saisit **=2*A2^2-15*A2+52+50/A2**.

c. Voir le fichier mis à joint.

3. Voir le fichier mis à joint.

4. Pour réaliser un bénéfice l'entreprise doit produire entre 1,1 tonne et 9,1 tonnes de lait.

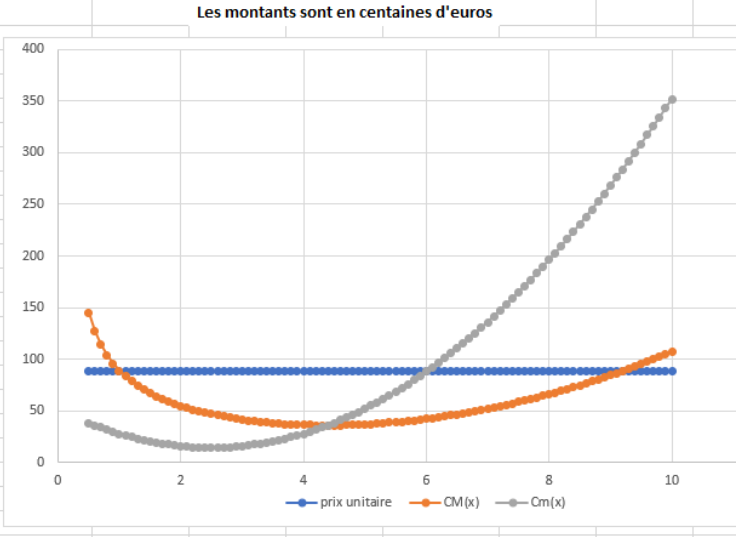
B. Coût moyen et coût marginal

1. Pour tout réel x de [0,5 ; 10], $C_m(x) = 2 \times 3x^2 - 15 \times 2x + 52 = 6x^2 - 30x + 52$.

2. Dans la cellule **D2**, on saisit **=6*A2^2-30*A2+52**.

3.

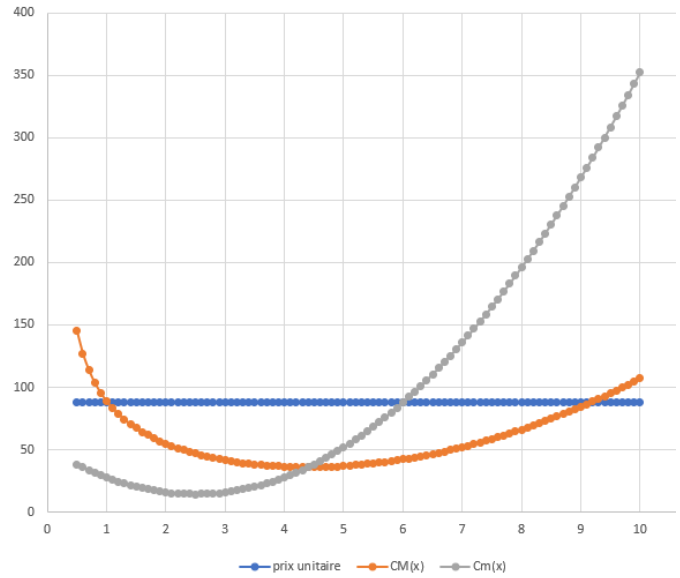
	A	B	C	D
1	x	prix unitaire	$C_M(x)$	$C_m(x)$
2	0,5	88	145	38,5
3	0,6	88	127,0533333	36,16
4	0,7	88	113,9085714	33,94
5	0,8	88	103,78	31,84
6	0,9	88	95,67555556	29,86
7	1	88	89	28
8	1,1	88	83,37454545	26,26
9	1,2	88	78,54666667	24,64
10	1,3	88	74,34153846	23,14
11	1,4	88	70,63428571	21,76
12	1,5	88	67,33333333	20,5
13	1,6	88	64,37	19,36
14	1,7	88	61,69176471	18,34
15	1,8	88	59,25777778	17,44
16	1,9	88	57,03578947	16,66
17	2	88	55	16
18	2,1	88	53,12952381	15,46
19	2,2	88	51,40727273	15,04
20	2,3	88	49,81913043	14,74
21	2,4	88	48,35333333	14,56
22	2,5	88	47	14,5



4. On conjecture que, pour que le coût moyen soit minimal, l'entreprise doit produire 4,4 tonnes de lait. Ce coût moyen minimal est de 36,08 centaines d'euros.

5. Pour 4,4 tonnes, le coût moyen et le coût marginal sont très proches. Et d'après le graphique, les courbes représentatives des fonctions C_M et C_m se coupent en un point d'abscisse très proche de 4,4.

25	2,8	88	43,53714286	15,04
26	2,9	88	42,56137931	15,46
27	3	88	41,66666667	16
28	3,1	88	40,84903226	16,66
29	3,2	88	40,105	17,44
30	3,3	88	39,43151515	18,34
31	3,4	88	38,82588235	19,36
32	3,5	88	38,28571429	20,5
33	3,6	88	37,80888889	21,76
34	3,7	88	37,39351351	23,14
35	3,8	88	37,03789474	24,64
36	3,9	88	36,74051282	26,26
37	4	88	36,5	28
38	4,1	88	36,31512195	29,86
39	4,2	88	36,1847619	31,84
40	4,3	88	36,10790698	33,94
41	4,4	88	36,08363636	36,16
42	4,5	88	36,11111111	38,5
43	4,6	88	36,18956522	40,96
44	4,7	88	36,31829787	43,54
45	4,8	88	36,49666667	46,24
46	4,9	88	36,72408163	49,06
47	5	88	37	52
48	5,1	88	37,32392157	55,06
49	5,2	88	37,69538462	58,24



On peut penser que l'affirmation : « Le coût moyen est minimal lorsqu'il est égal au coût marginal » est juste.

C. Étude théorique du bénéfice maximal

1. Pour tout réel x de [0,5 ; 10], $B(x) = 88x - (2x^3 - 15x^2 + 52x + 50)$
soit $B(x) = -2x^3 + 15x^2 + 36x - 50$.

2. Pour tout réel x de [0,5 ; 10], $B'(x) = -6x^2 + 30x + 36$
$-6(x - 6)(x + 1) = (-6x + 36)(x + 1) = -6x^2 + 30x + 36 = B'(x)$

3.

x	0,5		6		10
$B'(x)$		+	0	−	
$B(x)$	−28,5	↗	274	↘	−190

4. Pour que le bénéfice soit maximal, l'entreprise doit produire 6 tonnes de lait. Ce bénéfice maximal est de 274 centaines d'euros.

5. On peut penser que l'affirmation : « Le bénéfice de l'entreprise est maximal lorsque le coût marginal est égal au prix de vente unitaire » est juste.

Cap vers le Bac

Automatismes

1. a. L'ensemble des solutions est [-3 ; 2] ∪ [5 ; 6].
b. L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions.
c. $f'(0)$ est négatif.
2. Lorsqu'un véhicule roule à 50 km/h, sa consommation est de 4 litres pour 100 km.
3. $\frac{13}{20} < \frac{4}{5} < \frac{7}{6}$
4. L'ensemble des solutions est [0,4 ; + ∞[.
5. $u_1 = -10$; $u_2 = -3$; $u_3 = 4$; $u_4 = 11$ et $u_5 = 18$.
6. 69 %

Sujet A

Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

1. Réponse **a.**

2. Réponse **d.**

3. Réponses b et **c.**

4. Réponses **a.** et **d.**

5. Réponse **c.**

Sujet B

Partie A

1.

x	1		4		10
$f'(x)$		−	0	+	
$f(x)$	3,5	↘	−1	↗	0,8

2. L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions.

3. La tangente T passe par B(0 ; 3) et A(2 ; 0). Son coefficient directeur est égal à : $\frac{0-3}{2-0} = -1{,}5$.

$f'(2) = -1{,}5$

Partie B

1. Calculer $f'(x)$, pour tout nombre réel x de [1 ; 10], $f'(x) = 0{,}5 - \frac{8}{x^2}$.

2. Une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 8 : $y = 0{,}375x - 3$.

Sujet C

Partie A. Lectures graphiques

1. Le montant des charges pour 5 pièces produites par jour est d'environ 1 550 €.
2. Pour un montant des charges de 2 000 euros, 8 pièces sont produites.
3. L'entreprise réalise un bénéfice lorsqu'elle produit entre 8 et 23 pièces par jour.

Partie B. Étude du bénéfice

1. Pour tout réel x de [0; 25], $B'(x) = -3x^2 + 60x - 153$.
2. Pour tout réel x de [0; 25], $-3(x - 17)(x - 3) = (-3x + 51)(x - 3) = -3x^2 + 60x - 153 = B'(x)$.

3.

x	0		3		17		25
$B'(x)$		−	0	+	0	−	
$B(x)$	−92,416	↘	−308,416	↗	1063,584	↘	−792,416

4. Pour que le bénéfice réalisé soit maximal, l'entreprise doit produire 17 pièces par jour. Ce bénéfice maximal est de 1 063,584 €.

Partie C. Coût moyen

1. $C_M(16) \approx 181{,}78$ et $C_M(17) \approx 184{,}44$.

2. Pour tout réel x de]0 ; 25], $C_M(x) = \dfrac{x^3 - 30x^2 + 400x + 92{,}416}{x} = x^2 - 30x + 400 + \dfrac{92{,}416}{x}$.

3. Pour tout réel x de]0 ; 25], $C_M'(x) = 2x - 30 - \dfrac{92{,}416}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 30x^2 - 92{,}416}{x^2}$

Or $2(x - 15{,}2)(x^2 + 0{,}2x + 3{,}04) = 2x^3 - 30x^2 - 92{,}416$ donc $C_M'(x) = \dfrac{2(x - 15{,}2)(x^2 + 0{,}2x + 3{,}04)}{x^2}$.

4. a. Sur l'intervalle]0 ; 25], $x^2 > 0$ et $x^2 + 0{,}2x + 3{,}04 > 0$ donc $C_M'(x)$ a le même signe que $(x - 15{,}2)$.
b.

x	0		15,2		25
$C_M'(x)$	‖	−	0	+	
$C_M(x)$	‖	↘	181,12	↗	$C_M(25)$

Avec $C_M(25) \approx 278{,}7$

5. L'affirmation est fausse. Sur [15,2 ; 17], le bénéfice augmente et le coût moyen ne diminue pas.

Sujet D

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. Pour tout réel x de [1 ; 9], $C_M'(x) = 4x - 23 - \frac{36}{x^2} = \frac{4x^3-23x^2-36}{x^2}$

Or $(x - 6)(4x^2 + x + 6) = 4x^3 - 23x^2 - 36$ donc $C_M'(x) = \frac{(x-6)(4x^2+x+6)}{x^2}$

2. Sur l'intervalle [1 ; 9], $x^2 > 0$ et $4x^2 + x + 6 > 0$ donc $C_M'(x)$ a le même signe que $(x - 6)$.

3.

x	1		6		9
$C_M'(x)$		−	0	+	
$C_M(x)$	105	↘	30	↗	49

4.

```
def safran():
    x=1
    p=50
    c=2*x**2-23*x+90+36/x
    while p<=c:
        x=x+0.1
        c=2*x**2-23*x+90+36/x
    return(x)
```

Revoir des points essentiels

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles sur le site élève lycee.editions-bordas.fr.

91 **a.** $f'(x) = 85$
b. $f'(x) = 22x - 4$

c. $f'(x) = -21x^2 + 6x$

d. $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

e. $f'(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$

f. $f'(x) = 4 - \frac{8}{x^2}$

g. $f'(x) = 4x + \frac{1}{x^2}$

h. $f'(x) = -6x^2 + \frac{19}{x^2}$

92 **1.** Pour tout réel x de $]0 ; +\infty[$. $f'(x) = 100 - \frac{4}{x^2}$
$f'(x) = \frac{100x^2}{x^2} - \frac{4}{x^2} = \frac{100x^2-4}{x^2}$.
2. f est décroissante sur $]0 ; 0{,}2[$ et croissante sur $]0{,}2 ; +\infty[$.

Chapitre 4
Statistiques à deux variables

A Notre point de vue

1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

Ce chapitre est traité en une séquence de cours, suivie de quatre capacités. Il s'agit pour l'élève d'apprendre à représenter une série statistique - ce qui est l'objet de la capacité 1 - de déterminer un ajustement affine (capacité 2), puis d'exploiter un ajustement affine (capacité 3). Conformément au programme, des méthodes d'ajustement par changement de variables sont proposés et la capacité 4 est consacrée à l'une de ces méthodes.

Pour compléter le cours, une double page présente la démarche pour obtenir une équation de la droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés, à l'aide de la calculatrice ou du tableur.

2 Les objectifs des activités

L'activité 1 permet d'introduire la notion de statistique à deux variables et de nuage de points à partir d'un exemple. La construction du nuage de points en lien avec la série statistique est proposée pas à pas et l'activité se termine par le tracé d'une droite au plus près du nuage, ouvrant ainsi à la notion d'ajustement.

Dans l'activité 2, on présente l'ajustement par la méthode des moindres carrés. Cette approche se fait à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. Pour introduire cette notion, on pourra également utiliser l'animation disponible sur le site compagnon pour l'élève, celui pour l'enseignant ainsi que sur le manuel numérique.

3 Exercices, TP et algorithmes

Pour travailler les notions du cours, des exercices d'applications directes sont proposés dans les trois pages « Pour maîtriser les bases », puis les quatre capacités sont travaillées dans les pages « Pour s'entraîner ».

Les exercices proposés sont issus de domaines variés, comme le domaine médical, l'économie, la démographie… et permettent ainsi de voir le rôle des ajustements pour établir des prévisions dans différents secteurs.

Les deux situations algorithmiques précisées dans le programme - automatiser le calcul de $\mathbf{\Sigma}_i (y_i - (ax_i + b))^2$ et rechercher un couple (a, b) minimisant cette expression parmi un ensemble fini de couples - sont traitées dans les deux TP du chapitre à l'aide du langage Python.

La partie consacrée à la préparation de l'évaluation commune (Cap vers le Bac) traite également de l'algorithmique puisqu'elle comporte une page « zoom sur l'algorithmique » et deux exercices permettent de travailler les compétences en algorithmique.

En fin de chapitre la page « Revoir des points essentiels » permettra aux élèves en ayant besoin de retravailler deux points cruciaux du chapitre : « déterminer un ajustement affine par la méthode des moindres carrés » et « utiliser un ajustement affine ».

B Se tester pour un bon départ

1 **1.** 30 euros

2. 100 kilomètres

2 Réponse **c.**

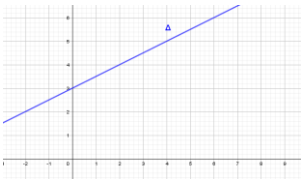
3 **1.** $y = 2x - 3$

2. C(15 ;27)

3. D$\left(\frac{3}{2} ; 0\right)$

4 Réponses **a** et **b.**

5 **1.**



2. $y = 13$

3. $x = 70$

6 **1.** Faux : la moyenne est 144.

2. Vrai : obtenu avec la calculatrice.

7 **1.** 173cm

2. $\sigma \approx 6{,}65$ à 10^{-2} près.

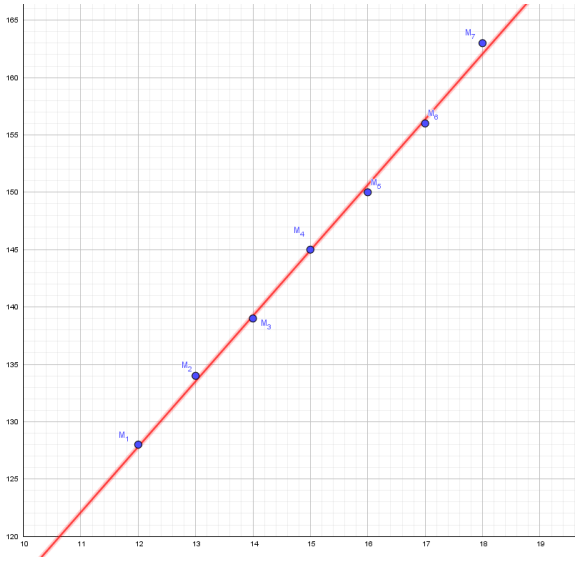
C Activités

Activité 1 Entrainement d'un athlète

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. $x_1 = 12$ et $y_1 = 128$.

2.



3. Voir le graphique ci-dessus.

Activité 2 La méthode des moindres carrés

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

Une animation est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr, ainsi que dans le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. Le coefficient directeur est négatif.

2. Valeur minimale de S lorsque $a = -4$: 96,6.

La droite passe par le point moyen g du nuage.

3. Dans chaque cas, lorsque la valeur de S est minimale, la droite passe par le point G.

4. Valeur minimale de S : 2,16.

5. $y = -1{,}68x + 13{,}1$.

D Exercices

Automatismes et rituels

1 **a.** 25

b. 56

c. 1

d. 105

2 **a.** 70

b. 186

c. 15

d. 0

3 **a.** $\frac{49}{10}$

b. $\frac{3}{5}$

c. $\frac{37}{5}$

d. $\frac{8}{3}$

4 **a.** $x = -\frac{11}{2}$.

b. $x = -2$ ou $x = 2$.

c. $x = -1$ ou $x = 5$.

d. $x = 0$ ou $x = 9$.

5 **a.** $f'(x) = 12x^2 - 14x$

b. $g'(x) = 3 - \frac{1}{x^2}$

c. $h'(x) = \frac{1}{2}$

d. $k'(x) = -2x$

6 **a.** $\frac{7}{15} > \frac{7}{61}$

b. $\frac{121}{132} < \frac{5}{4}$

c. $\frac{13}{8} > \frac{37}{24}$

7 **a.** $513\,000 = 5{,}13 \times 10^5$

b. $0{,}0124 = 1{,}24 \times 10^{-2}$

c. $876{,}3 \times 10^4 = 8{,}763 \times 10^7$

8 **a.** 10^5

b. 10^{18}

9 Réponses **a** et **b.**

10 **1.** On peut résoudre l'inéquation $ax + b > 0$.

2. On dresse un tableau de signes.

11 **a.** $A = -x^3 + 14x^2 - 21x - 3$

b. $B = -8x^2 - 26x - 21$

c. $C = 4x^3 + 31x^2 + 25x + 3$

12 **a.** $A = (x - 6)(x + 6)$

b. $B = (2x - 3)(x + 1)$

c. $C = x(6x - 3) = 3x(2x - 1)$

d. $D = x(x + 8)$

13 **1.** $x = -\frac{1}{3}zy + \frac{2}{3}y$

2. $z = \frac{-3x+2y}{y}$ pour y non nul.

3. $y = \frac{6x}{4-2z} = \frac{3x}{2-z}$ pour z différent de 2.

14 **1.** Faux. L'appel renvoie 10.

2. Vrai

15

```
def g(a):
    p=1
    while p<a :
        p=p*10
    return p
```

16

```
L=[2*k+1 for k in range(1000)]
```

Maîtriser les bases

17 **1.** Faux

2. Vrai

18 **1.** $\frac{1+3+8}{3} = 4$. Il s'agit de l'abscisse du point G.

2. On fait la moyenne des valeurs y_i.

19 **1.** $x_1 = 0$ et $y_1 = 152$; $x_2 = 1$ et $y_2 = 155$; $x_3 = 3$ et $y_3 = 157$; $x_4 = 5$ et $y_4 = 158$.

2.

Valeurs x_i	0	1	3	5
Valeurs y_i	152	155	157	158

3. a. $\frac{0+1+3+5}{4} = 2{,}25$. G a pour abscisse 2,25.

b. $\frac{152+155+157+158}{4} = 155{,}5$ donc l'ordonnée de G est bien égale à 155,5.

20 **1.** 8 tonnes

2. 22 mètres

3. Une grue dont la longueur de la flèche est 28 mètres peut lever une charge maximale de 5 tonnes.

21 **1.**

Année	2010	2012	2014	2016	2017	2018
Rang de l'année x_i	0	2	4	6	7	8
Effectif y_i	36	41	45	49	52	53

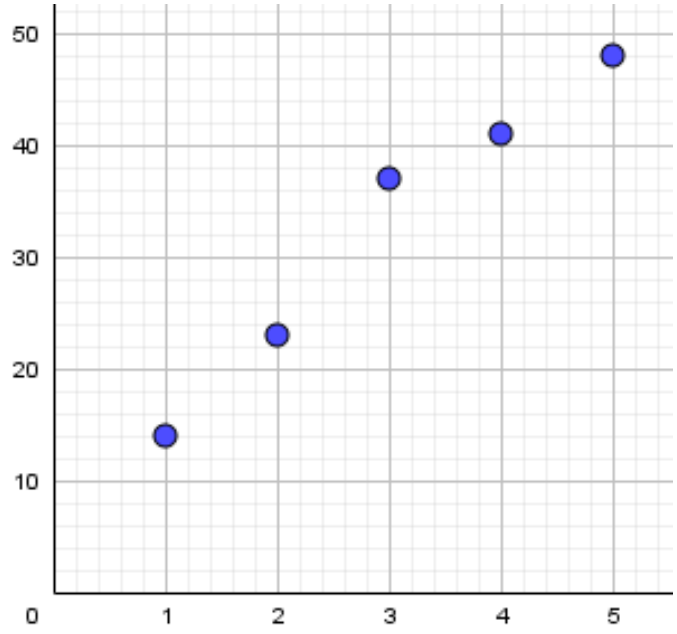
2. $\frac{0+2+4+6+7+8}{6} = 4{,}5$ et $\frac{36+41+45+49+52+53}{6} = 46$. Les coordonnées du point moyen du nuage sont donc (4,5 ; 46).

3. On peut ajouter le point de coordonnées (10 ; 57).

22

```
def PointM(X,Y):
    n=len(X)
    xG=0;yG=0
    for i in range(n):
        xG=xG+X[i]
        yG=yG+Y[i]
    xG=xG/n ; yG=yG/n
    return xG,yG
```

23



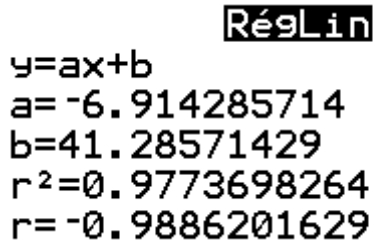
24 Réponses : **c** et **d.**

25 $y = 1{,}17x + 6{,}03$

26 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

$y = 41x - 11$

27 Avec la calculatrice, on obtient les résultats ci-dessous. Donc, en arrondissant les coefficients au centième, on obtient $y = -6{,}91x + 41{,}29$ pour équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés.



28 Réponse **d.**

29 **1.** 4 milliers

2. 9e année

30 **1.** Vrai

2. La réciproque est fausse.

31 **1. a.** $y = 102$

b. On peut estimer qu'un brochet de 9 ans mesure 102 centimètres.

2.a. $9{,}7x + 14{,}7 = 121{,}4$ équivaut à $x = 11$.

b. On peut estimer que le brochet a 11 ans.

32 **1.** $y = 77$

2. a. $1{,}5x + 17 = 32$ équivaut à $x = 10$.

b. Lorsque y est égal à 32, on peut estimer que x vaut 10.

33 **1.** 2,8 milliers de chaudières

2. Rang 5

3.a. $y = 2{,}78$. On retrouve le résultat de la question **1.**

b. $x \geq 5$. On retrouve le résultat de la question **2.**

34 **1. a.** Le premier trimestre de l'année 2020 est le trimestre de rang 5.

b. 226 milliers d'euros

2.a. $-16x + 306 \leq 130$ équivaut à $x \geq 11$.

b. Le chiffre d'affaires sera inférieur ou égal à 130 milliers d'euros à partir du trimestre de rang 11.

35

Valeurs x_i	2	3	4	5
Valeurs y_i	0,4	0,16	0,125	0,1
Valeurs z_i	**Erreur !** = 2,5	6,25	8	10

36 **1.**

Valeur x_i	0	1	2	3
Valeur z_i	1,04	2,02	2,96	4,04

2. a. $z = 9$
b. $y = 3$ donc, pour x égal à 8, on estime que y vaut 3.

37 **1.**

Température t_i	0	10	20	30	40	50	80
$z_i = \log(y_i)$	0,26	0,11	–0.06	–0,19	–0,28	–0,37	–0,54

2.a. $z = -0{,}42$

b. $y = 10^{-0{,}42}$ soit $y \approx 0{,}38$ à 0,01 près.

c. Solubilité du dioxyde de carbone dans l'eau à 65 °C sous pression d'un bar : 0,38 cm^3/ml d'eau.

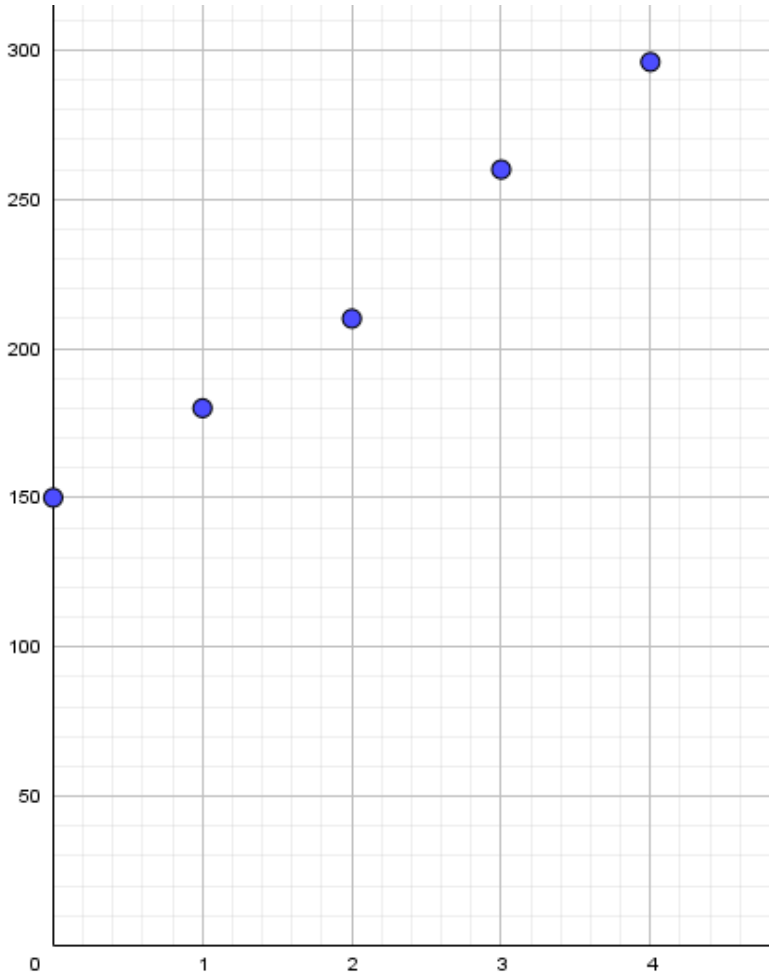
3. a. $z = \log(0{,}34)$, soit $z \approx -0{,}47$ arrondi à 0,01.

b. $-0{,}01t + 0{,}23 = -0{,}47$ équivaut à $t = 70$.

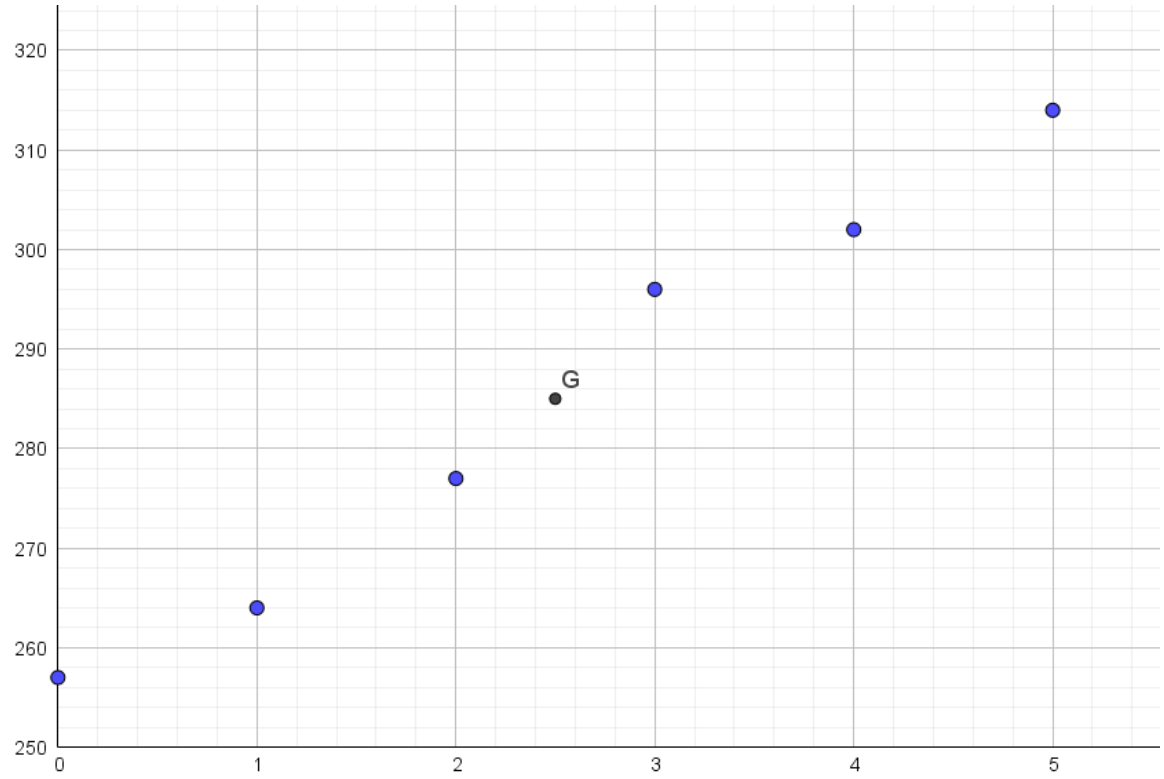
c. 70 °C

Pour s'entraîner

38



39 **1.**

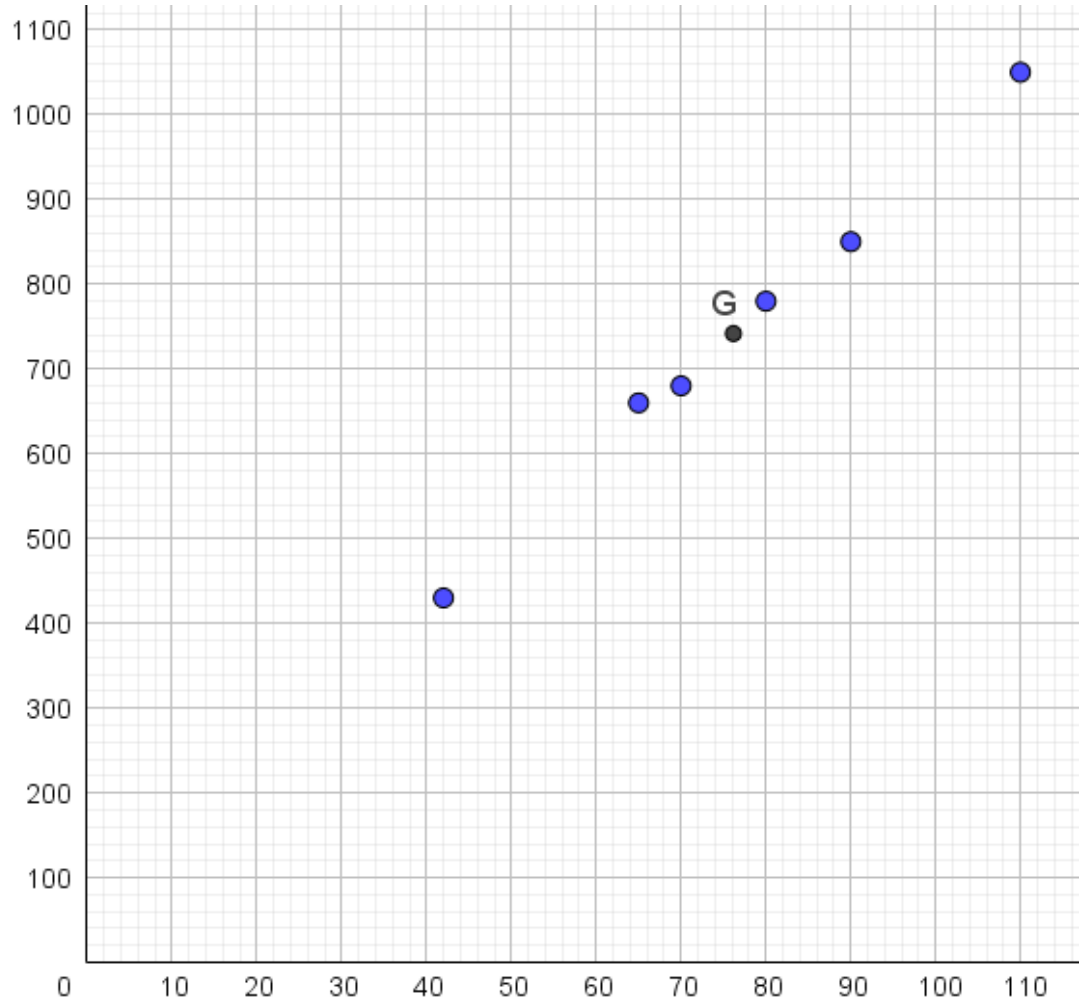


2. G(2,5 ; 285)

40 **1.** Faux

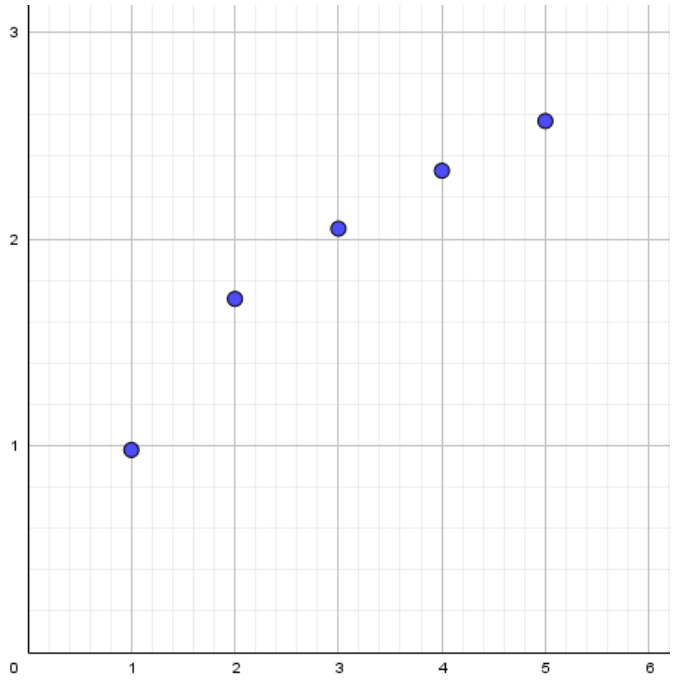
2. Faux : $y_G \approx 593{,}167$ à 0,001 près.

41 **1.**

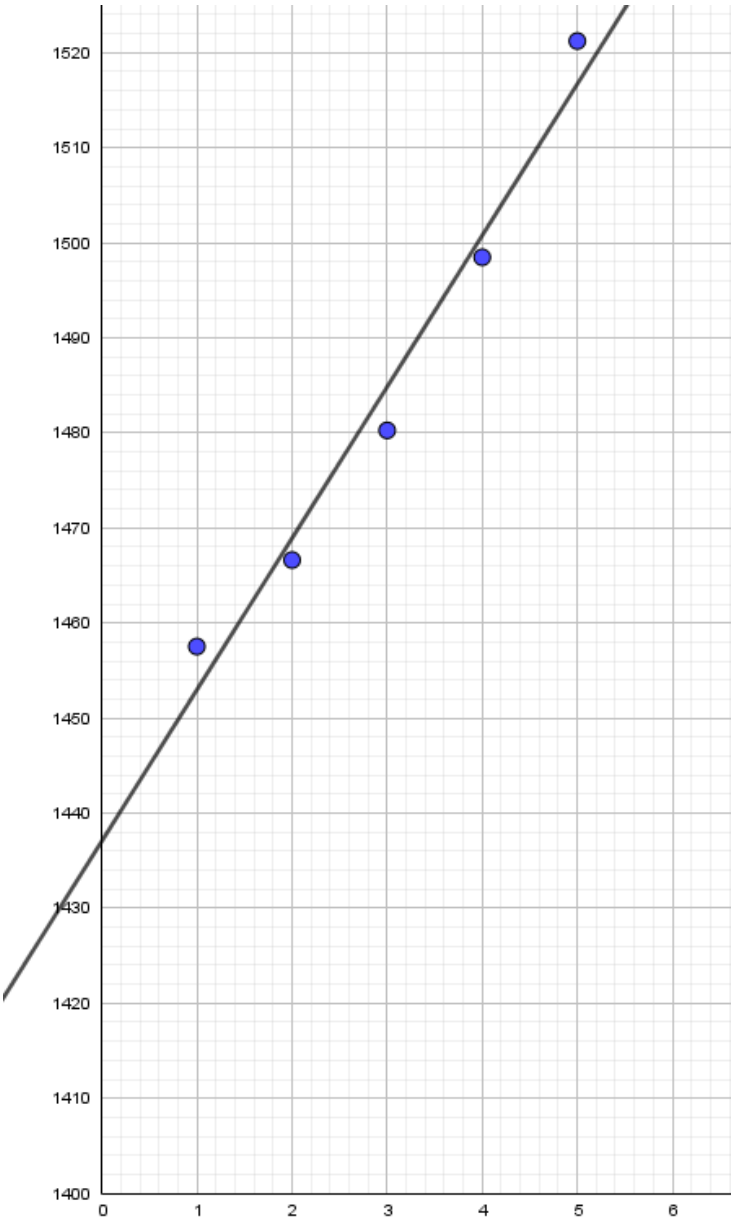


2. $x_G \approx 76{,}17$ et $y_G \approx 741{,}67$.

42



43 **1.**



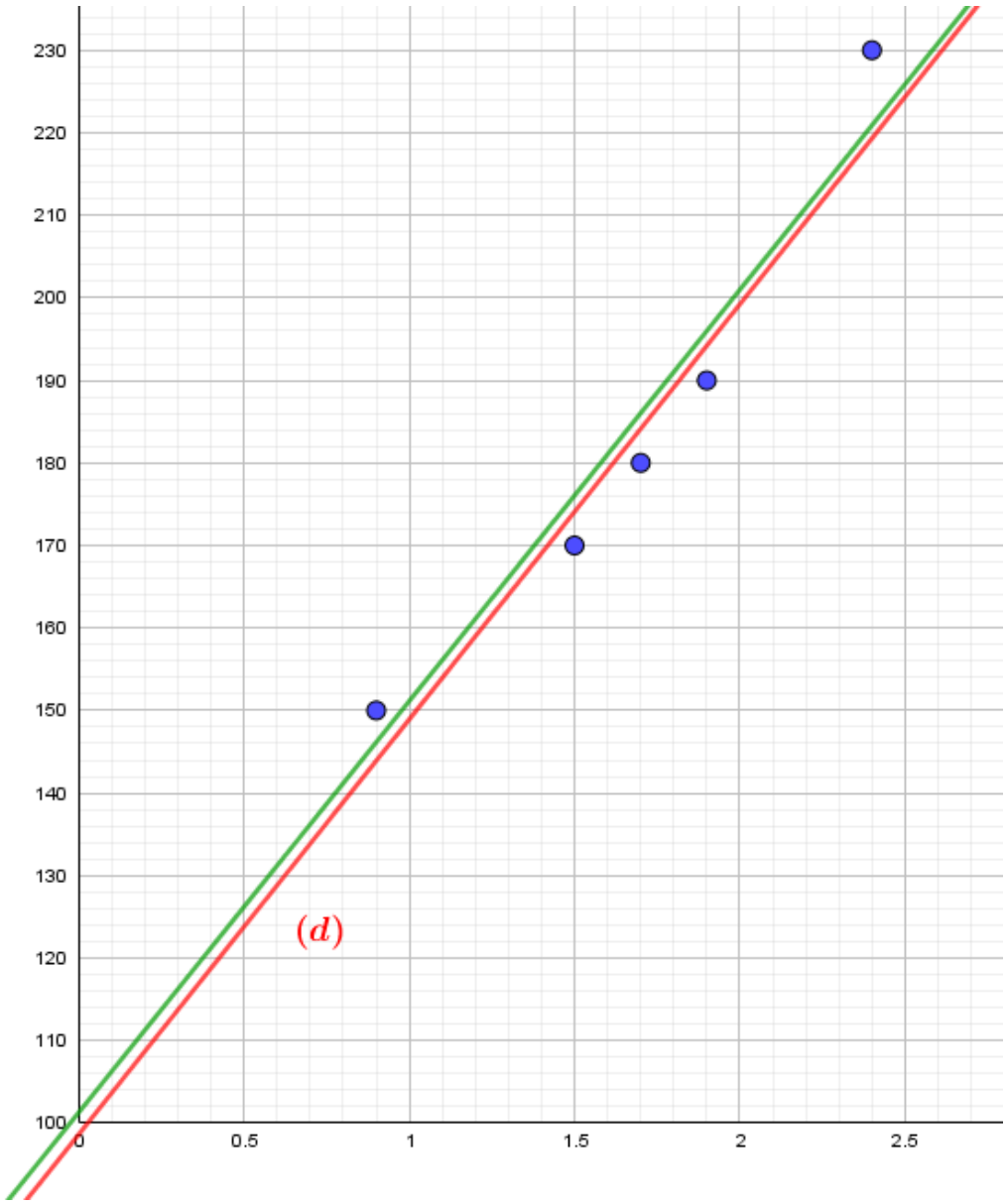
2. On observe que le nuage de point a une forme allongée, donc on peut envisager un ajustement affine.

3. a. $y = 15{,}93x + 1437{,}05$

b. Voir le graphique.

44

1.



2. a. Un ajustement est envisageable car le nuage a une forme allongée.

b. Voir le graphique.

3. a. $y = 50{,}27x + 98{,}68$

b. Voir le graphique.

c. Les deux droites sont assez proches.

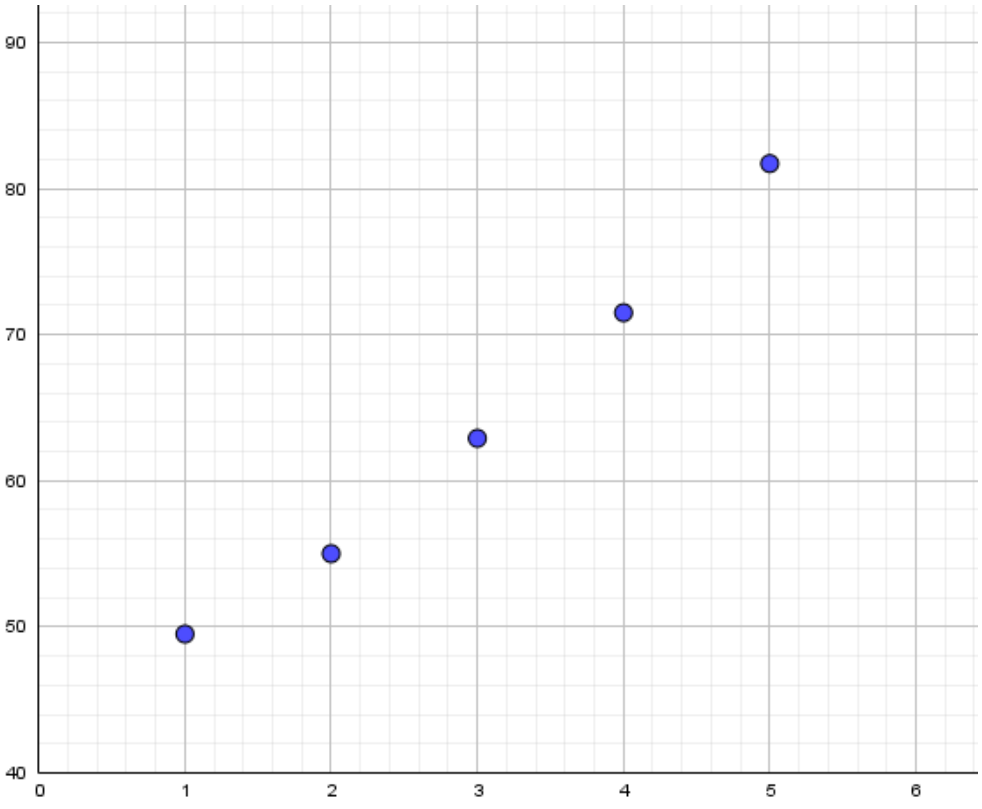
45 **1.** Vrai, car le nuage a une forme allongée.

2. Faux. Un ajustement affine convenable doit être fait avec une droite de coefficient directeur négatif.

3. Vrai : on obtient le résultat suivant avec la calculatrice :

```
RégLin
y=ax+b
a=-8.607142857
b=228.8214286
```

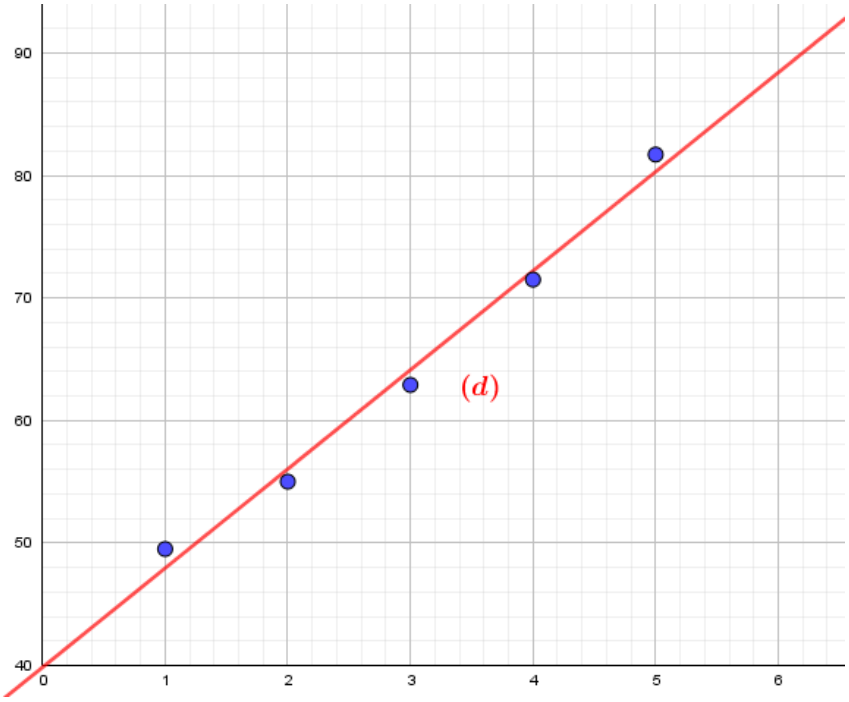
46 **1.**



2. Un ajustement est envisageable car le nuage de point a une forme allongée.

3.a. $y = 8{,}09x + 39{,}85$

b.



b. Voir le graphique.

47 **a.** 56 entreprises

b. 112 entreprises

48 **1. a.** 11,18 L/100 km

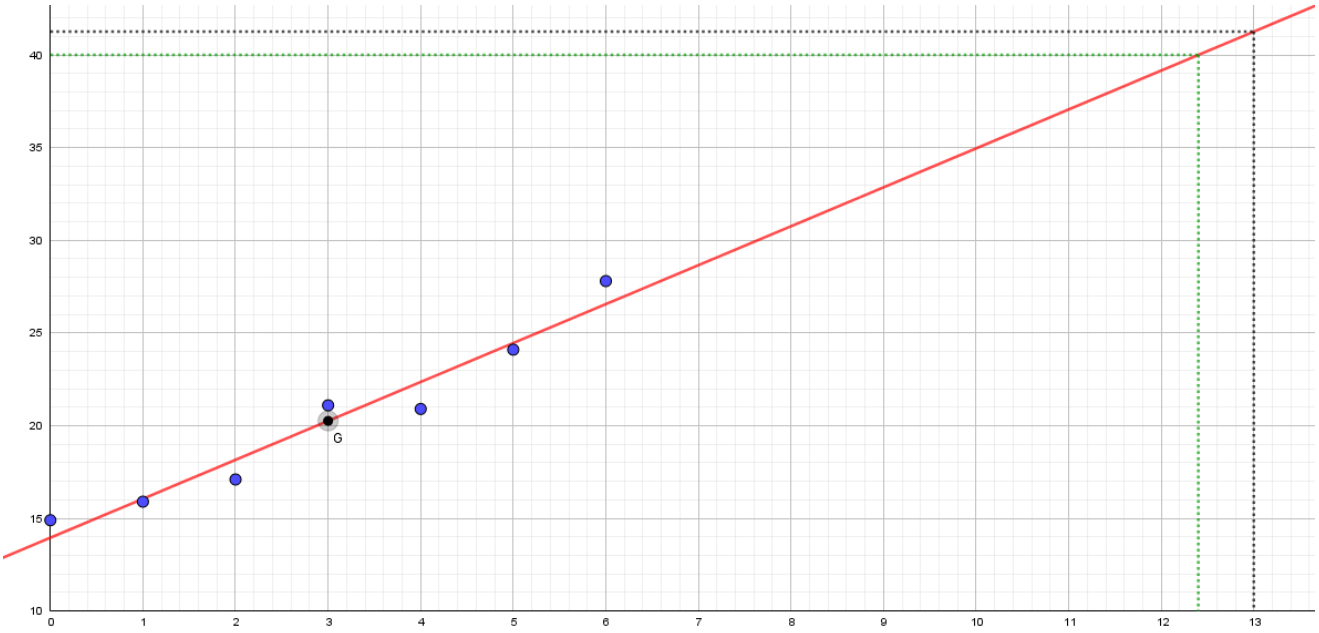
b. 5,86 L/100 km

2. Environ 135,4 km/h

49 **1.** On peut prévoir 75 ours en 2025.

2. En 2044.

50 **1.**



2. $x_G = 3$ et $y_G \approx 20{,}26$ arrondi au centième.

3. a. Voir le graphique.

b. Estimation de la production en 2025 : 41,3 TWh.

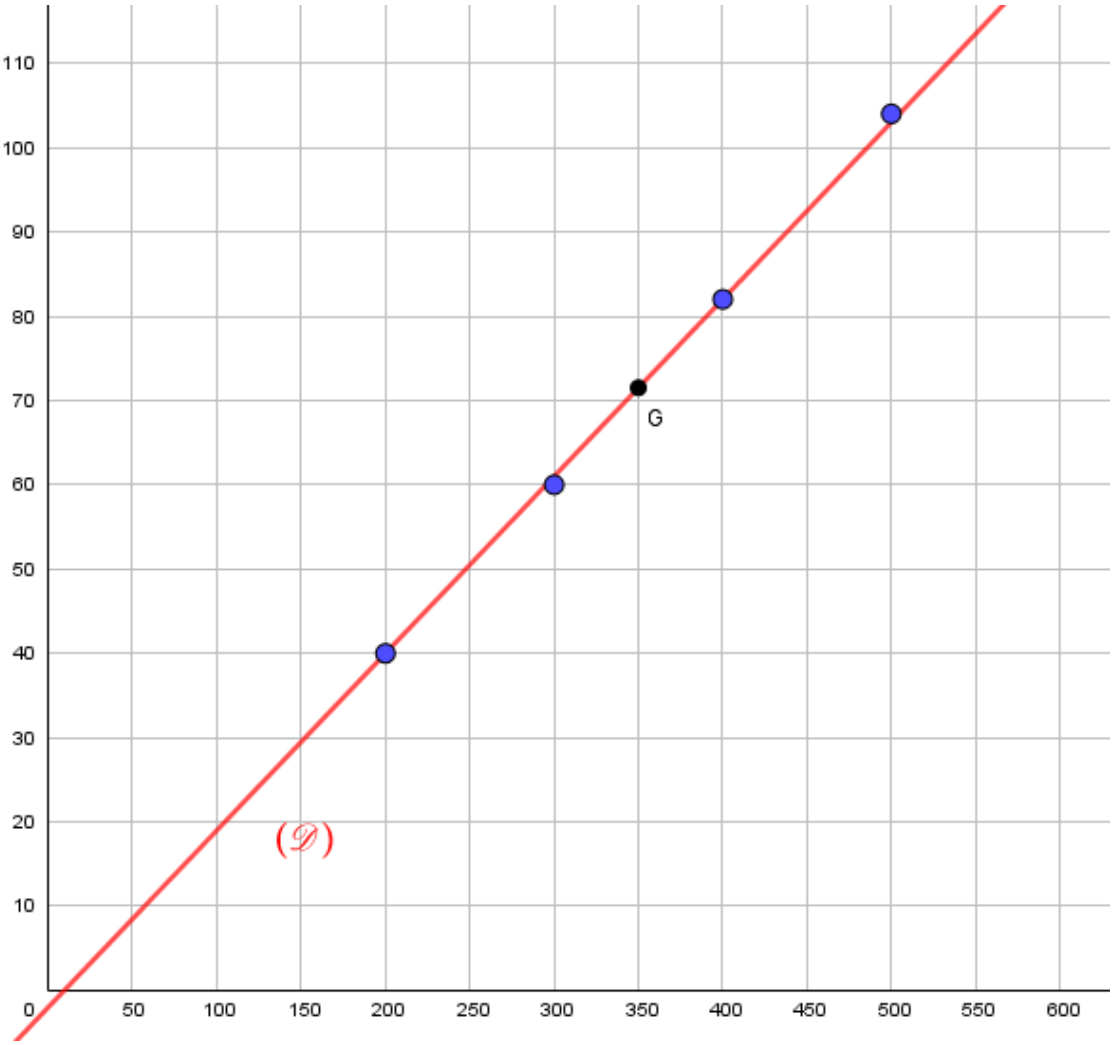
c. Au cours de l'année 2024.

51 **1.** $y = -0{,}10x + 1{,}58$

2. a. 0,78 millions d'exemplaires.

b. $-0{,}10x + 1{,}58 < 0{,}5$ équivaut à $x > 10{,}8$. Au cours de l'année 2022.

52 **1. a.**



b. G(350 ; 71,5)

2. a. $y = 0{,}21x - 2$

b. Voir le graphique.

c. Temps prévisible aux 1 000 mètres : 208 secondes.

d. Estimation du temps de passage aux 350 mètres : 71,5 secondes.

53 **1.** Un ajustement affine n'est pas pertinent car les points du nuage ne sont pas « presque alignés ».

2.

x_i	0	0,30	0,60	0,90	1,08	1,26	1,41
Épaisseur y_i de la glace (en cm)	4	8	11	16,5	20,5	24,5	28,5

3. $y = 17{,}14x + 2{,}55$

4. $17{,}14x + 2{,}55 = 32$ équivaut à $x = \dfrac{29{,}45}{17{,}14}$.

$t = 10^{29{,}45/17{,}14}$ soit $t \approx 52$ à l'unité près.

Selon ce modèle, il faut environ 52 heures pour fabriquer un bloc de glace de 32 cm.

54 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

```
from math import*
def change(X,Y):
    T=[];Z=[]
    for i in range(len(X)):
        T.append(1/X[i])
        Z.append(sqrt(Y[i]))
    return T,Z
```

55 **1.** Un ajustement affine de ce nuage n'est pas pertinent car les points ne sont pas « presque alignés ».

2.

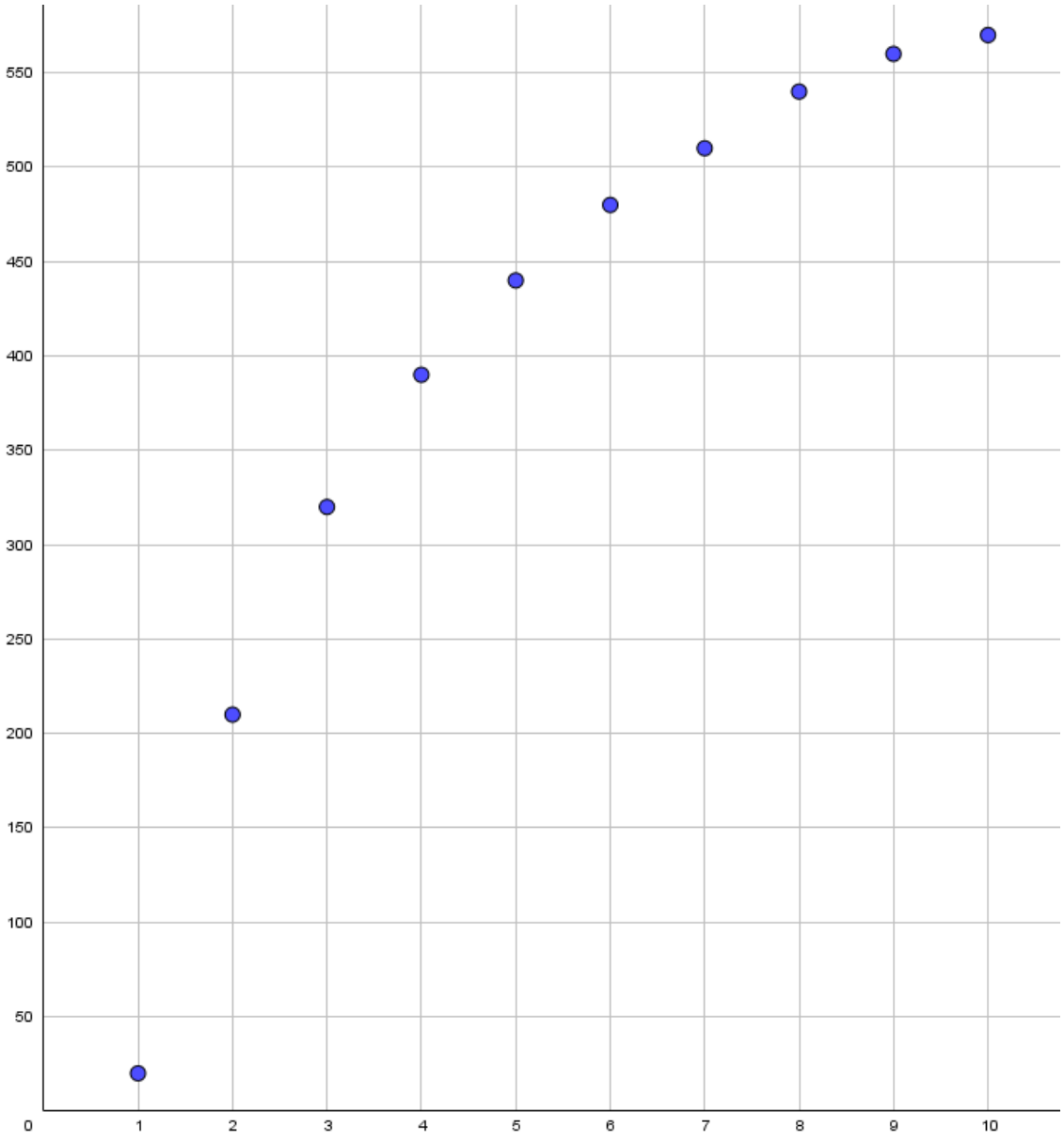
Temps t (en min)	0	5	10	15	20	25
$z = \log(T - 20)$	1,74	1,40	1,04	0,78	0,48	0

3. $z = -0{,}07t + 1{,}74$

4. $T - 20 = 10^z$ donc $T = 10^{-0{,}07t + 1{,}74} + 20 = 20 + 10^{1{,}74} \times 10^{-0{,}07t}$.

On obtient alors $T = 20 + 55 \times 10^{-0{,}07t}$.

56 **1. a.**



b. Un ajustement affine ne semble pas pertinent, car les points ne sont pas « presque alignés ».

2.

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_i	1,03	1,39	1,74	2,08	2,42	2,78	3,13	3,57	3,95	4,17

3. a. $z = 0{,}3566x + 0{,}6647$

b. Pour $x = 17$, on a $z = 6{,}7269$.

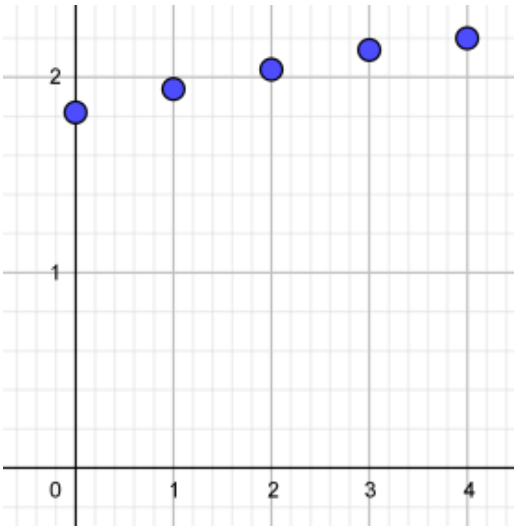
$\frac{750}{750-y} = 6{,}7269$ équivaut à $y = 640$ où y est arrondi à la dizaine.

640 tonnes en décembre 2020.

Pour travailler en autonomie

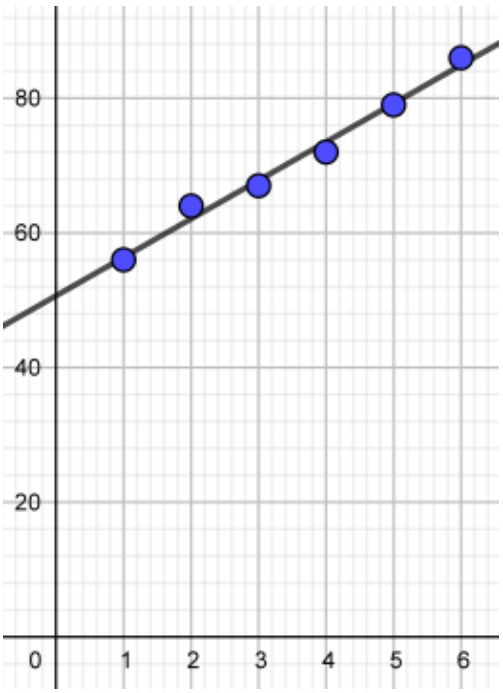
Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

57 **1.**



2. G(2 ; 2,028)

58 **1.**



2. a. $y = 5{,}71x + 50{,}67$
b. Voir le graphique ci-dessus.

59 Réponse **d**.

60 **1.** 4,846 L·min^{-1}

2. 203,6 W

61 **1.** Faux

2. Faux

62 **1.** 18,2 cm

2. 36^{e} semaine

63 **1.**

t_i	1	1,41	1,73	2	2,23	2,44	2,64	2,82	3
y_i	3,5	6	8	9	11,5	12,5	14	15	16,5

2. $y = 6{,}48t - 3{,}23$
3. 56 mois.

64 **1.**

x_i	200	250	300	350	450	500
z_i	2,785	2,677	2,591	2,505	2,371	2,279

2. $z = -0{,}0016x + 3{,}10$
3. $y = 1\,259 \times 10^{-0{,}0016x}$
4. 288 acheteurs.

Pour aller plus loin

65 **1. a.**

t_i	0,3	0,40	0,48	0,54	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	1
z_i	0,28	0,38	0,45	0,52	0,57	0,63	0,67	0,70	0,73	0,78

b. $y = 0{,}70t + 0{,}11$

2. $\log(y) = 0{,}7\log(x) + 0{,}11$ donc $y = 10^{0{,}7\log(x)+0{,}11} = 10^{0{,}11} \times x^{0{,}7}$

On obtient la relation $y = 1{,}29 \times x^{0{,}7}$.

3. $7 = 1{,}29 \times x^{0{,}7}$ équivaut à $x \approx 11{,}2$ à 0,1 près.

Distance réelle d'un objet perçu à 7 mètres : 11,2 mètres.

66 **1.** Un ajustement affine n'est pas pertinent car les points du nuage ne sont pas « presque alignés ».

2.

Temps t_i en semaines	1	2	3	4	5	6
$z_i = log\left(\frac{y_i}{t_i}\right)$	1,13	0,87	0,67	0,51	0,37	0,24

3. $z = -0{,}17t + 1{,}24$

4. $log\left(\frac{y}{t}\right) = -0{,}17t + 1{,}24$ équivaut à $\frac{y}{t} = 10^{-0{,}17t+1{,}24}$ soit à $\frac{y}{t} = 10^{1{,}24} \times 10^{-0{,}17t}$ donc à

$y = 10^{1{,}24} \times t \times 10^{-0{,}17t}$.

On obtient $y = 17{,}4 \times t \times 10^{-0{,}2t}$

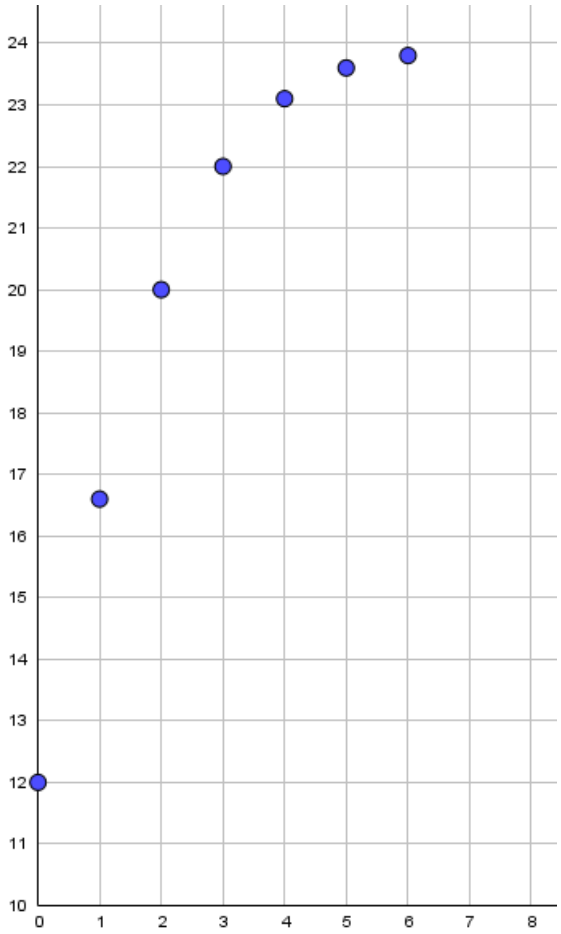
5. ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire :*

« *Estimer à 0,1 près le taux d'IgG à la 8e semaine à l'aide de l'expression de la question* **4.** »

$17{,}4 \times 8 \times 10^{-0{,}2\times 8} \approx 3{,}5$

Taux d'IgG à la 8e semaine : 3,5 $g \cdot L^{-1}$.

67 **1. a.**



b. Un ajustement affine ne semble pas pertinent.

2.

t_i (en mois)	0	1	2	3	4	5	6
$y_i = log\left(\frac{24}{h_i} - 1\right)$	0	–0,351	–0,699	–1,041	–1,409	–1,771	–2,076

3. $a \approx -0{,}35$ et $b \approx 0{,}00$ à 0,01 près.

4. $h = \frac{24}{10^{-0.35t}+1}$.

5. Pour tout réel t, $10^{-0{,}35t} > 0$ donc $10^{-0{,}35t} + 1 > 1$ donc $h < 24$.

68 **1.** $y = -3{,}25x + 344{,}5$

2. $r(x) = x \times y = -3{,}25x^2 + 344{,}5x$

3. a. $r'(x) = -6{,}5x + 344{,}5$

b.

x	35		53		70
$r'(x)$		+	0	–	
r	8 076,25	↗	9 129,25	↘	

c. Le prix de vente qui permettra d'obtenir une recette maximale est 53 euros ; la recette sera alors de 9 129,25 euros.

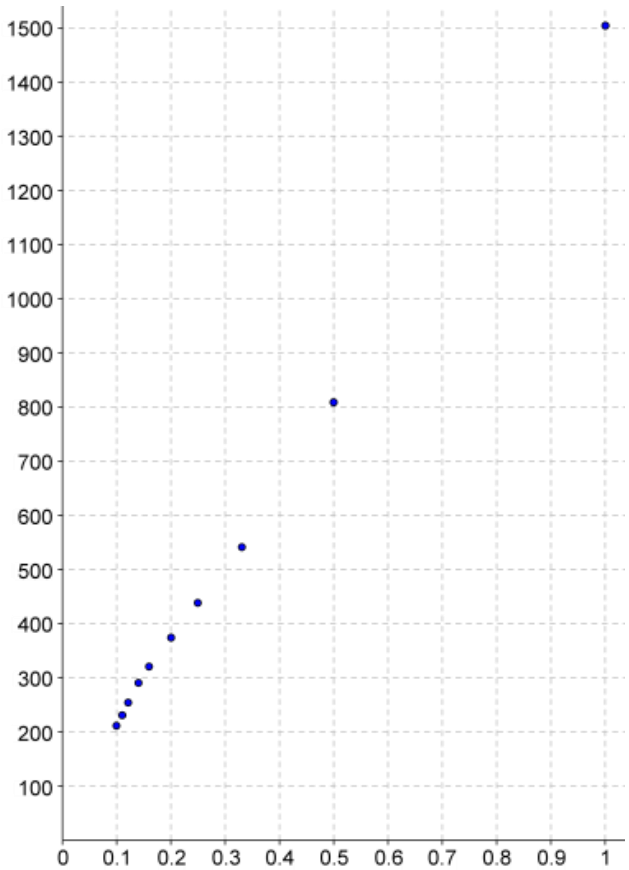
69 **1.** $y = \frac{an+b}{n} = a + \frac{b}{n}$

2. Non, un ajustement n'est pas justifié.

3. a.

x_i	1	0,5	0,33	0,25	0,2	0,16	0,14	0,12	0,11	0,1
y_i	1 504	809	540	438	375	320	290	254	231	212

b.



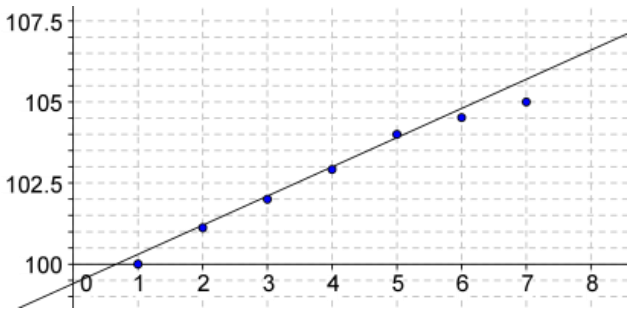
c. Oui, car le nuage a une forme allongée.

4.a. $y = 1\,426{,}05\,x + 82{,}32$

b. $a \approx 82{,}32$ et $b \approx 1\,426{,}05$.

c. 153,62 euros

70 **A. 1.**



2. $y = 0{,}85x + 99{,}39$

3. Voir le graphique.

4. Par le calcul : $y = 0{,}9 \times 8 + 99{,}4 = 106{,}6$.

Estimation de l'indice en 2020 : 106,6.

B. 1. $f'(x) = -0{,}16x + 1{,}44$

2.

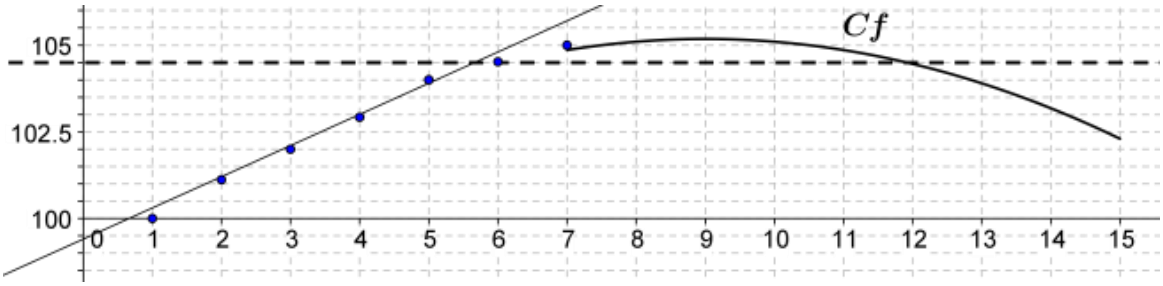
x	1		9		15
$f'(x)$		+	0	–	
f	100,06	↗	105,18	↘	

3. À partir de l'année 2021, on peut prévoir une diminution de l'indice.

4.

x	7	8	9	10	11	12	13	14
$f(x)$	104,86	105,1	105,18	105,1	104,86	104,46	103,9	103,18

5.



6. À partir de 2024.

Travaux pratiques

TP1 Automatisation du calcul de $\sum_i \left(y_i - (ax_i + b)\right)^2$

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

A. *Méthode d'un exemple*

1. a. $x_{N_1} = 1$ et $y_{N_1} = 9 \times x_{N_1} + 15 = 24$.

b. $\left(y_{M_1} - y_{N_1}\right)^2 = (25 - 24)^2 = 1$

2.

Ordonnée de M_i	25	29	44	47
Ordonnée de N_i	24	33	42	51
$\left(y_{M_i} - y_{N_i}\right)^2$	1	16	4	16

3. $S = 37$

4. a. $y_{N_5} = 9 \times x_{N_5} + 15 = 60$

$\left(y_{M_5} - y_{N_5}\right)^2 = (60 - 58)^2 = 4$

b. $S' = S + \left(y_{M_5} - y_{N_5}\right)^2 = S + 4$ donc $S' = 41$.

B. *Calcul de la somme S avec Python*

1. a. $y_{N_1} = ax_{N_1} + b$

2. a. La boucle `for` qui commence ligne **4**, a `n` itérations. Ce nombre d'itération est le nombre de termes de la somme S donc il s'agit aussi du nombre d'éléments de la liste `X`.

Cela explique l'instruction de la ligne **2** : `n=len(X)`.

b. La variable `S` doit contenir 0 au début du calcul.

c.

```
def somme_car(X,Y,a,b):
    n=len(X)
    S=0
    for i in range(n):
        S=S+(Y[i]-(a*X[i]+b))**2
    return S
```

3. a. L'appel somme_car(X,Y,9,15) renvoie 41 d'après la partie **A**.

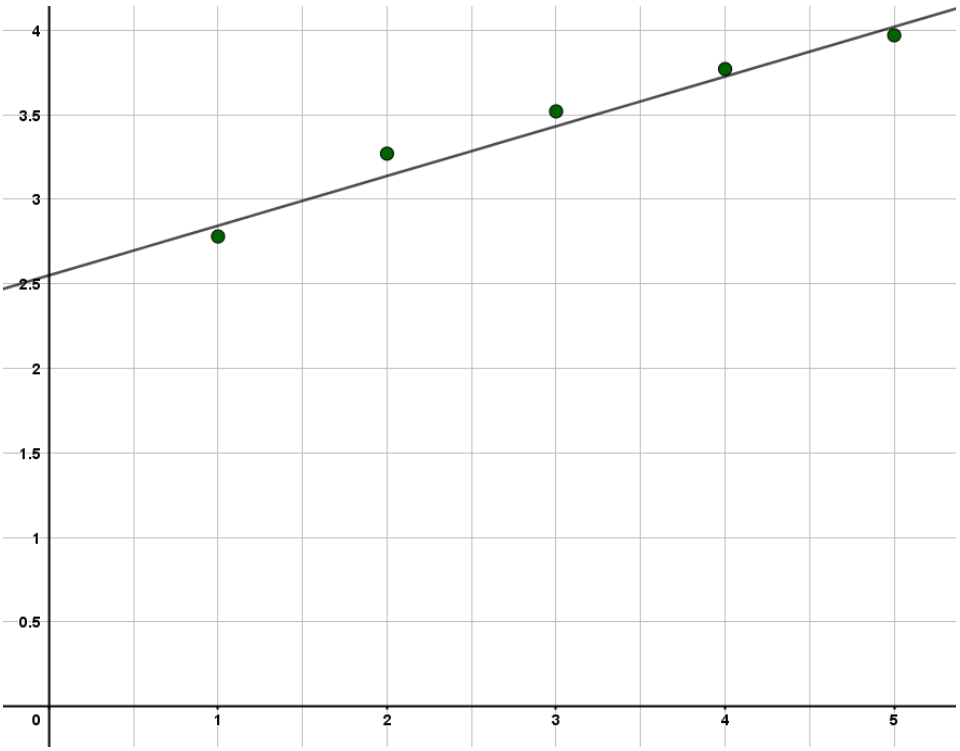
b. Oui, par exemple l'appel somme_car(X,Y,9,14) renvoie 32.

TP2 Recherche d'un couple $(a\ ,\ b)$ minimisant $\sum_i \left(y_i - (ax_i + b)\right)^2$ parmi un ensemble fini de couples

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. $2 \leq b \leq 3$

La droite tracée au jugé à un coefficient directeur environ égal à 0,3 donc on a bien a compris entre 0 et 1.



2. a. k prend successivement toutes les valeurs entières de 1 à 100 donc a prend successivement les valeurs $1 \times 0{,}01 = 0{,}01$; $2 \times 0{,}01 = 0{,}02$; … ; $100 \times 0{,}01 = 1$.

b.

```
 9 def Recherche_couple():
10     X=[1,2,3,4,5]
11     Y=[2.78,3.27,3.52,3.77,3.97]
12     A=0;B=2
13     S=somme_car(X,Y,A,B)
14     for k in range(1,101):
15         a=k*0.01
16         for j in range(1,101):
17             b=2+j*0.01
18             if somme_car(X,Y,a,b)<S:
19                 S=somme_car(X,Y,a,b)
20                 A=a ; B=b
21     return A,B
```

3. Les variables A et B servent à stocker les valeurs des variables *a* et *b* qui rendent minimale la somme *S*.

4. Si la valeur obtenue par l'instruction somme_car(X,Y,a,b) est inférieur à la valeur contenue dans la variable *S*, la nouvelle valeur de *S* est somme_car(X,Y,a,b) et on affecte aux variables A et B les valeurs des variables *a* et *b* qui ont permis d'obtenir la nouvelle valeur de la variable *S*.

5. On obtient le couple (0,29 ; 2,59).

6. a.

On modifie les lignes **10, 11, 12, 15** et **17**.

```
 9 def Recherche_couple():
10     X=[0,1,2,3,4,5,6,7,8]
11     Y=[17.7,26.4,28.4,39.5,46.5,53.4,55.8,55.1,62.4]
12     A=5;B=20
13     S=somme_car(X,Y,A,B)
14     for k in range(1,101):
15         a=5+k*0.01
16         for j in range(1,101):
17             b=20+j*0.01
18             if somme_car(X,Y,a,b)<S:
19                 S=somme_car(X,Y,a,b)
20                 A=a ; B=b
21     return A,B
```

On obtient a= 5,56 et b = 20,56.

b. Ce résultat est conforme à celui obtenu avec la calculatrice.

Errata : *Une erreur dans la numérotation des questions peut se trouver dans certains ouvrages.*

Cap vers le Bac

Automatismes

1. $\frac{3}{6}+\frac{5}{8}=\frac{9}{8}$

2. $\frac{7}{15}\times\frac{10}{9}=\frac{14}{27}$

3. $(x + 3)(x – 5) – (5x – 1)(x + 3) = (x+3) (–4x – 4)$

4. $x = -\frac{11}{5}$

5. Taux réciproque : –20 %.

6. L'appel `auto(4)` renvoie 14.

7. $E(X) = 1{,}6$

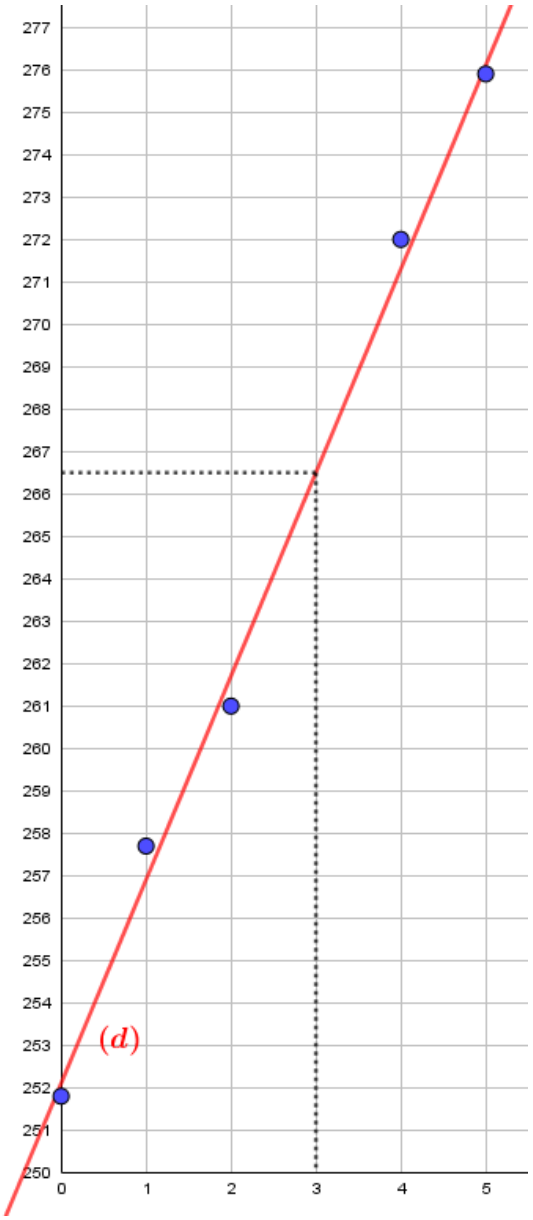
8. Antécédents de 1 par f : –2 ; 0 et 2.

9. Trois solutions.

10. $f(2) = 1$

Sujet A

1.



2. $y = 4{,}83x + 252{,}09$

3. Voir le graphique.

4. 266,5 milliards d'euros.

5. $4{,}8x + 252{,}1 > 350$ équivaut à $y > \frac{97{,}9}{4{,}8}$ et $\frac{97{,}9}{4{,}8} \approx 20{,}39$.

C'est à partir de l'année 2034 que les dépenses courantes de santé seront supérieures à 350 milliards d'euros.

6.

```
def dep(M):
    x=6
    y= 4.8*x+252.1
    while y<=M :
        x=x+1
        y=4.8*x+252.1
    return x+2013
```

Sujet B

Le corrigé détaillé de cet exercice est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

1. Réponse **b.**
2. Réponse **a.**
3. Réponse **c.**
4. Réponse **c.**

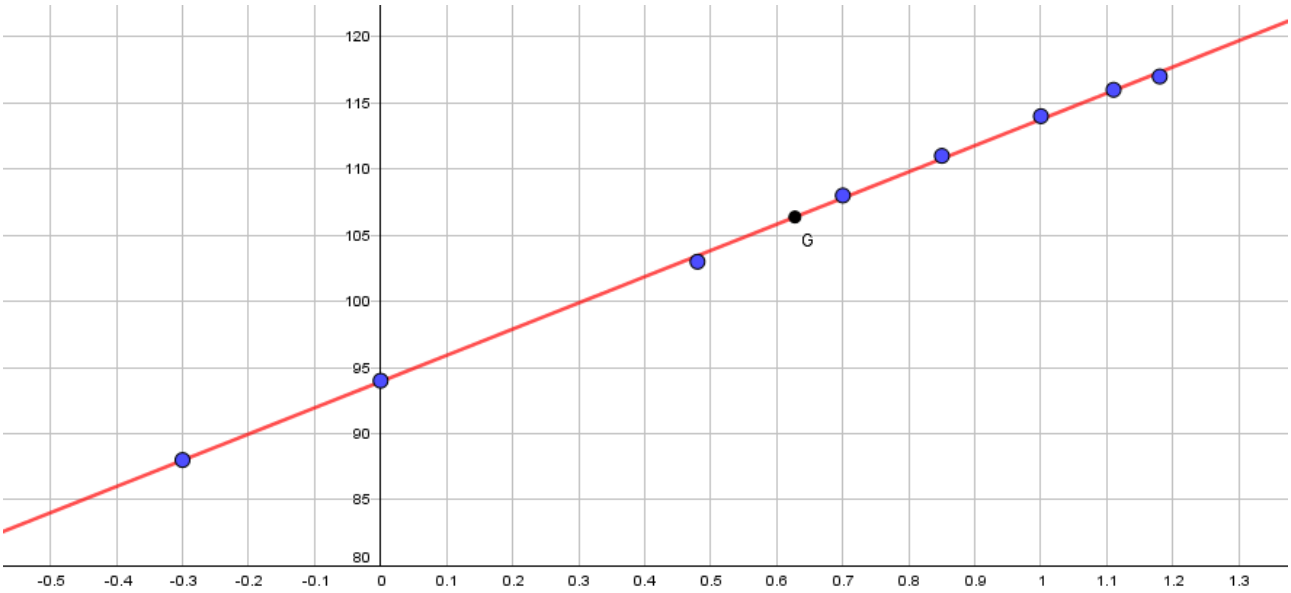
Sujet C

1. Un ajustement affine du nuage n'est pas pertinent car les points ne sont pas « presque alignés ».

2.

$x_i = \log(p_i)$	–0,30	0	0,48	0,70	0,85	1	1,11	1,18
Intensité sonore y_i	88	94	103	108	111	114	116	117

3.



4. G(0,6275 ; 106,375)

5. $y = 19{,}83x + 93{,}93$

6. $p = 130$ donc $y = 19{,}83 \times \log(130) + 93{,}93$ soit $y \approx 136$, à l'unité près.

Intensité :136 décibels.

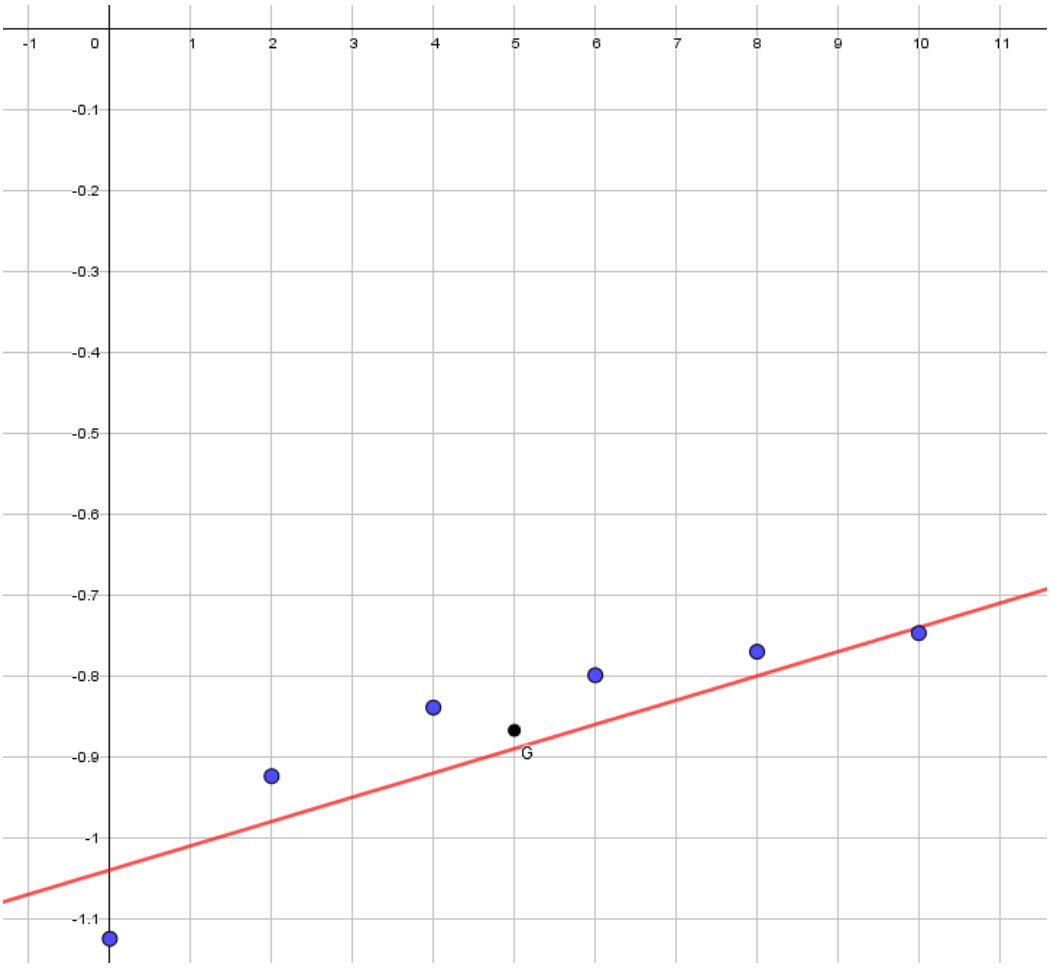
Sujet D

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. Formule n° **2**.

2.

x_i	0	2	4	6	8	10
z_i	–1,125	–0,924	–0,839	–0,799	–0,770	–0,747



3. $x_G = 5$ et $y_G \approx -0{,}867$ à 0,001 près.

4. a. $z = 0{,}034x - 1{,}038$

b. Voir le graphique.

Errata : *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire :*

« Pour la suite de l'exercice, on prendra $z = 0{,}03x - 1{,}04$ pour équation de la droite D »

c. $y \geq 24$ équivaut à $z \geq -2 + \log(24)$. Or $-2 + \log(24) \approx -0{,}620$.

$0{,}03x - 1{,}04 \geq -0{,}620$ équivaut à $x \geq 14$.

Selon ce modèle, c'est à partir de 2023 que le volume d'eau potable d'origine souterraine produit atteindra 24 millions de m^3.

Revoir des points essentiels

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles sur le site élève lycee.editions-bordas.fr.

71 $y = 6{,}26x - 7{,}07$

72 **1.** 43 personnes.

2. À partir de la 14e semaine.

Chapitre 5
Probabilités conditionnelles

A Notre point de vue

1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

Ce chapitre traite de la partie du programme relative aux probabilités conditionnelles.
Il s'inscrit dans la continuité de ce qui a été travaillé par les élèves durant l'année de Première, à savoir la définition de probabilités conditionnelles à partir d'un tableau croisé d'effectifs. Ainsi, les notions nouvelles concernant ce chapitre sont peu nombreuses.

- La première séquence généralise la notion de probabilités conditionnelles et explique comment construire et utiliser ces arbres pondérés.
- La seconde séquence est consacrée à la formule des probabilités totales et définit la notion d'indépendance de deux événements.

2 Les objectifs des activités

L'activité 1 permet, à partir de données présentées en tableau croisé d'effectifs, de généraliser la formule permettant de calculer des probabilités conditionnelles, c'est-à-dire de les calculer à partir des probabilités des événements correspondants plutôt qu'à partir du cardinal de ces événements.

L'activité 2 permet de découvrir comment un arbre pondéré permet de représenter une situation de probabilités conditionnelles.

La formule des probabilités totales est mise en valeur dans l'activité 3 grâce au calcul de la probabilité d'un événement en utilisant un arbre pondéré.

Enfin, l'activité 4 introduit la notion d'événements indépendants à partir de la comparaison des deux cas classiques : tirage de boules « avec remise », puis tirage de boules « sans remise ».

3 Exercices, TP et algorithmes

Les exercices et les TP permettent d'aborder, avec progressivité, toutes les capacités attendues du programme :

- construire un arbre de probabilités ;
- interpréter les pondérations de chaque branche d'un arbre en termes de probabilités ;
- faire le lien entre la définition des probabilités conditionnelles et la multiplication des probabilités des branches du chemin correspondant ;
- utiliser un arbre de probabilités pour calculer des probabilités ;
- calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.

Le TP utilise le langage Python pour réaliser des simulations de tests de dépistage afin d'en vérifier la fiabilité.
Enfin, les Zooms de la partie « Cap vers le Bac » permettent de faire le point sur les compétences en algorithmique et en tableur relatives aux notions de ce chapitre.

B Se tester pour un bon départ

1 **1.** $525 \times 0{,}4 \times 0{,}8 = 168$

2.	**Sportif**	**Non sportif**	**Total**
Musicien	168	42	210
Non musicien	273	42	315
Total	441	84	525

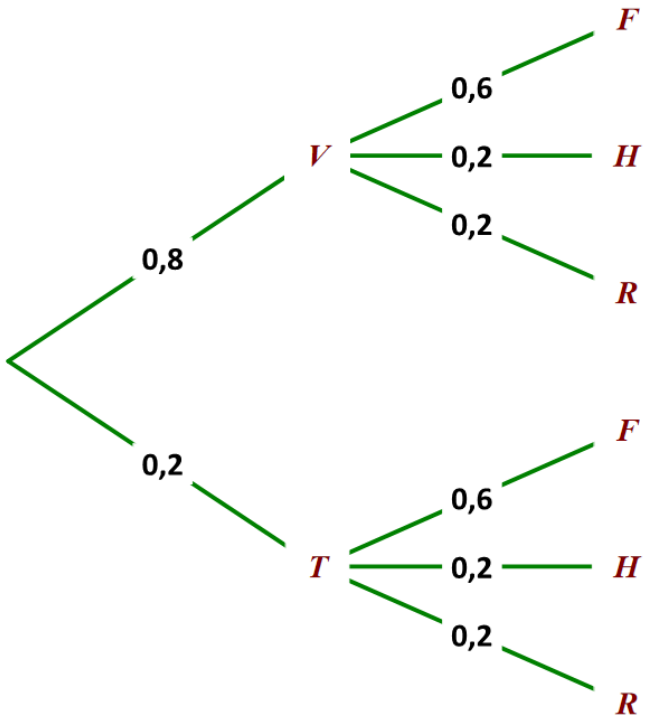
2 **1.** Réponse **c**. **2.** Réponse **c**. **3.** Réponse **b**.

3 **1. a.** $P(\text{V} \cap \text{F}) = 0{,}1$ **b.** $P_{\text{F}}(\text{V}) = \frac{4}{7} \approx 0{,}571$ **c.** $P_{\text{V}}(\text{F}) = \frac{4}{21} \approx 0{,}190$

2. $P(\text{V} \cup \text{F}) = 0{,}6$

4 **1.** Faux **2.** Vrai

5



C Activités

Activité 1 Cadres en entreprise

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1.	Femmes	Hommes	Total
Cadres	18	14	32
Autres employés	75	53	128
Total	93	67	160

2. a. card(C) = 32
b. F∩C : « la personne interrogée est une femme et est cadre ». On a card(F∩C) = 18.
c. $P_C(F)$ est la probabilité que la personne interrogée soit une femme sachant qu'elle est cadre.
$P_C(F) = \frac{card(F \cap C)}{card(C)} = 0{,}5625$

3. a. $P(C) = 0{,}2$
b. $P(F \cap C) = 0{,}1125$
c. $\frac{P(F \cap C)}{P(C)} = 0{,}5625$. Ce quotient correspond à la valeur de la probabilité $P_C(F)$.

4. $\frac{P(F \cap C)}{P(F)} = P_F(C)$

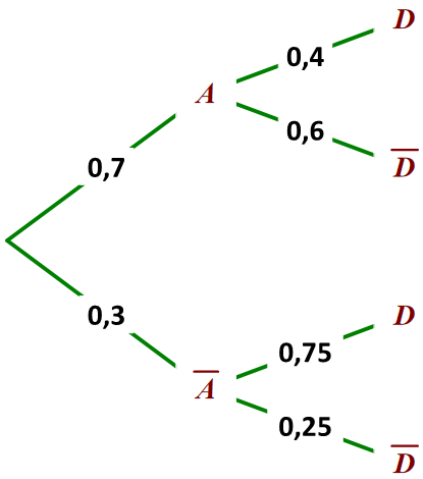
Activité 2 Un soir de finale

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. 0,7 représente la probabilité $P(A)$.
b. $P(\overline{A}) = 0{,}3$

2. $P_A(\overline{D}) = 0{,}6$

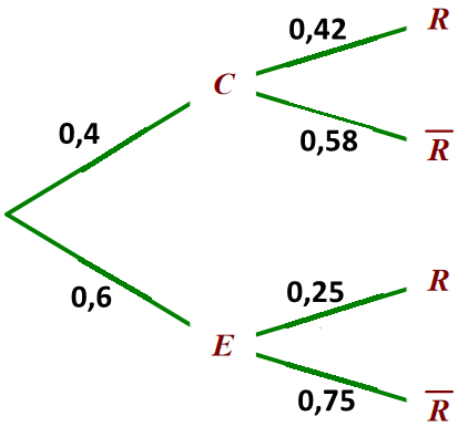
3. a. On a $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D)$ ou
$P(A \cap D) = P(D) \times P_D(A)$.
On utilise la première formule : $P(A \cap D) = 0{,}28$.
b. Pour obtenir $P(A \cap D)$, il faut **multiplier** entre elles les probabilités rencontrées sur le chemin qui passe par A puis par D.



Activité 3 Escape game

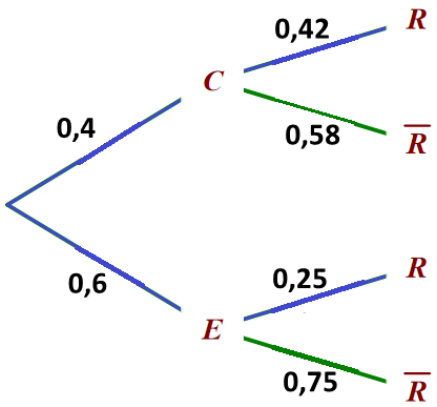
Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. L'arbre complété est :



2. a. $P(C \cap R) = 0,4 \times 0,42 = 0,168$
La probabilité que le groupe d'amis choisisse la première salle et réussisse les énigmes est 0,168.
b. $P(E \cap R) = 0,6 \times 0,25 = 0,15$

3. a. L'arbre avec les chemins colorés menant à R est :



b. Les personnes qui réussissent à résoudre les énigmes sont soit passées par la première salle, soit passées par la seconde salle. Elles ne peuvent pas appartenir à une troisième catégorie.
c. $P(R) = P(C \cap R) + P(E \cap R) = 0,318$

4. « Pour calculer la probabilité de R, on **additionne** les probabilités des chemins menant à R ».

Activité 4 Tirage de boules

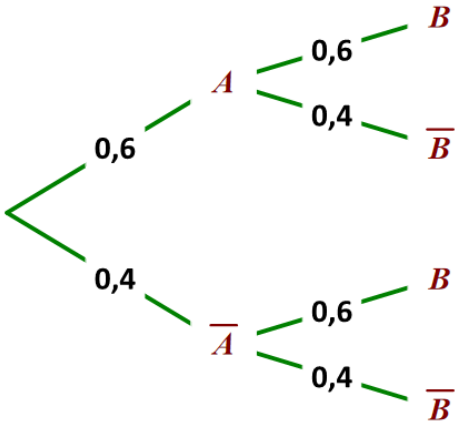
Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. L'urne contient cinq boules donc $P(A) = \frac{3}{5} = 0{,}6$ et $P(\overline{A}) = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

b. Au début du second tirage, l'urne contient à nouveau cinq boules : 3 vertes et 2 rouges.

$P_A(B) = \frac{3}{5} = 0{,}6$ et $P_{\overline{A}}(B) = \frac{3}{5} = 0{,}6$.

c. L'arbre complété est :

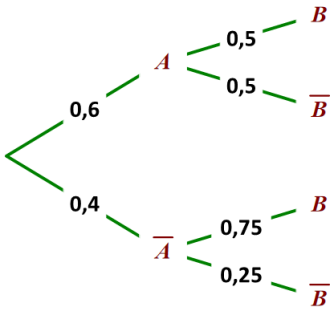


d D'après la formule des probabilités totales, on a $P(B) = 0{,}6$.
On remarque que $P(B) = P_A(B)$.

2. a. On a toujours $P(A) = \frac{3}{5} = 0{,}6$ et $P(\overline{A}) = \frac{2}{5} = 0{,}4$.

b. Lorsqu'une boule verte est obtenue après le premier tirage, il reste quatre boules dans l'urne : 2 vertes et 2 rouges. Alors $P_A(B) = \frac{2}{4} = 0{,}5$.

c. L'arbre complété est :



d. D'après la formule des probabilités totales, $P(B) = 0{,}6$.
On remarque que $P(B) \neq P_A(B)$.

D Exercices

Automatismes et rituels

1 **a.** $A = \frac{22}{15}$ **b.** $B = \frac{9}{4}$ **c.** $C = \frac{4}{7}$

2 **a.** 1,05 **2.** 0,85 **3.** 2 **4.** 0,32

3 **a.** $3x^2$ **b.** $4x$ **c.** $\frac{5}{2}$

4 Les solutions des équations sont :
a. 6 **b.** 0 **c.** –2 et 3.

5 **1.** L'ordonnée de A est –8.
2. L'abscisse de B est 5.

6 $\frac{12}{0,3} = 40$. Avant réduction, l'article coûtait 40 €.

7 Réponse **d**.

8 On utilise les coefficients multiplicateurs associés à ces deux évolutions :
- si leur produit c est supérieur à 1, le prix aura globalement augmenté ;
- si le produit c est inférieur à 1, le prix aura globalement diminué ;
- sinon, le prix sera resté stable.

Le pourcentage d'évolution sera donné par le calcul $1 - c$.

9 **1.** ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire :*
« Calculer $f\,'(x)$ et montrer que $f\,'(x) = 3(x + 2)(x – 4)$ ».

D'une part, $f\,'(x) = 3x^2 – 6x – 24$ et d'autre part, $3(x + 2)(x – 4) = 3x^2 – 6x – 24$.

2. ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire :*
« Étudier le signe de $f\,'(x)$. En déduire le tableau de variations de f. »

$f\,'$ est une fonction du second degré, représentée par une parabole « tournée vers le haut » car $a = 3 > 0$ et qui coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse –2 et 4.
On en déduit le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	33	↘	-75	↗	

10 **1.** ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire :*
« Calculer f '(x) et montrer que f '(x) = x(3x - 4) ».

$f'(x) = 3x^2 - 4x = x(3x - 4)$.
2. $f'(-1) = 7$ et $f(-1) = -2$.
Une équation de la tangente à la courbe C en son point d'abscisse -1 est $y = 7x + 5$.
3. $f'(x) = x(3x - 4)$. f' est une fonction du second degré, représentée par une parabole « tournée vers le haut » car $a = 3 > 0$ et qui coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisse 0 et $\frac{4}{3}$. On en déduit le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	1	↘	$\frac{-5}{27}$	↗	

11 **1.** Faux **2.** Faux **3.** Faux **4.** Vrai

12 **1.** L'équation $f(x) = 0$ a trois solutions.
2. L'ensemble solution de cette inéquation est $[-2 ; 2{,}6] \cup [5{,}4 ; 7]$.
3. Le coefficient directeur de d_3 est 2.
4.

x	-2		0		4		7
$f(x)$	1	↘	-2	↗	2	↘	-1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Maîtriser les bases

13 **1.** Vrai **2.** Faux **3.** Faux

14 **1.** L'expression est « Parmi les hommes » ; la probabilité conditionnelle est $P_H(E)$.
2. L'expression est « 60 % des femmes » ; la probabilité conditionnelle est $P_F(E)$.
3. L'expression est « Lorsqu'on interroge un employé qui n'a pas d'enfant » ; la probabilité conditionnelle est $P_{\overline{E}}(H)$.
4. L'expression est « Parmi les employés ayant des enfants » ; la probabilité conditionnelle est $P_E(F)$.

15 **1. a.** $P(F) = 0{,}42$
b. $P(H \cap Z) = 0{,}12$
c. $P_F(Z) = 0{,}67$
2. a. 58 % des personnes sont des hommes.
b. 46 % des personnes sont des hommes qui ne pratiquent pas la zumba.
c. 70 % des pratiquants de zumba sont des femmes.

16 Réponses **a** et **c**.

17 ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire :*
« P(B) = 0,4 ».
1. a. $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.
b. $P_A(B) = 0{,}2$
2. $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0{,}25$

18 **1.** $P_D(C) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{2}{3}$
2. $P_C(D) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = 0{,}4$

19 **1.** $P(E) = 0{,}9$; $P(V) = 0{,}18$ et $P(E \cap V) = 0{,}06$.
2. La probabilité que le jour soit venté sachant qu'il est ensoleillé est $P_E(V) = \frac{1}{15}$.
La probabilité que le jour soit ensoleillé sachant qu'il est venté est $P_V(E) = \frac{1}{3}$.

20 **1.** Faux : $P(A \cap A) = P(A)$ donc $P_A(A) = \frac{P(A \cap A)}{P(A)} = 1$.
2. Vrai

21 **1.** $P(E \cap F) = P(E) \times P_F(E)$
2. $P(E \cap F) = 0{,}4$

22 Faux : $P(A \cap B) = 0{,}18$.

23 **1.** $P(A) = 0{,}4$ et $P_A(R) = 0{,}4$.
2. $P(A \cap R) = 0{,}16$

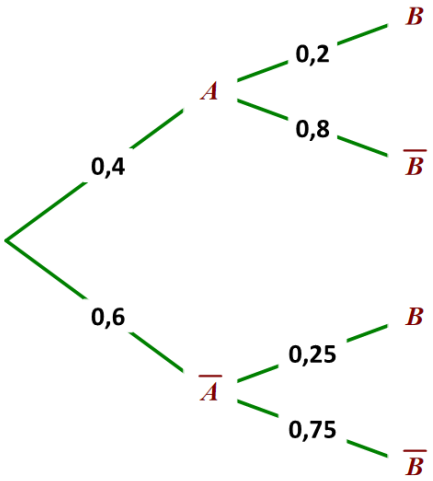
24 **1.** $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}06$
2. $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0{,}125$.

25 **1.** $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}1$
2. a. $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$
b. $P(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P_B(A)}$
c. $P(B) = 0{,}5$

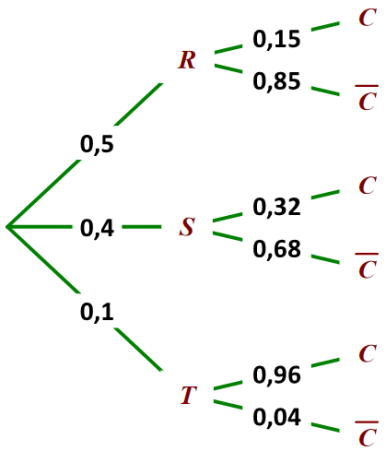
26 **1.** $0{,}8 = P(B)$; $0{,}7 = P_A(C)$ et $0{,}6 = P_B(D)$.
2. $P(A) = 0{,}2$; $P_A(D) = 0{,}3$ et $P_B(C) = 0{,}4$.

27 **1.** $0{,}75 = P(A)$; $0{,}7 = P_A(\overline{B})$ et $0{,}8 = P_{\overline{A}}(B)$.
2. $P(\overline{A}) = 0{,}25$; $P_A(B) = 0{,}3$ et $P_{\overline{A}}(\overline{B}) = 0{,}2$.

28

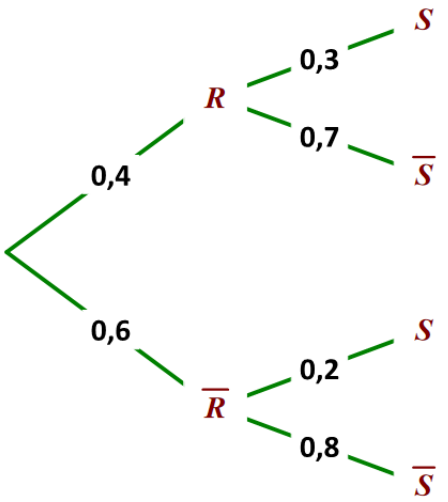


29

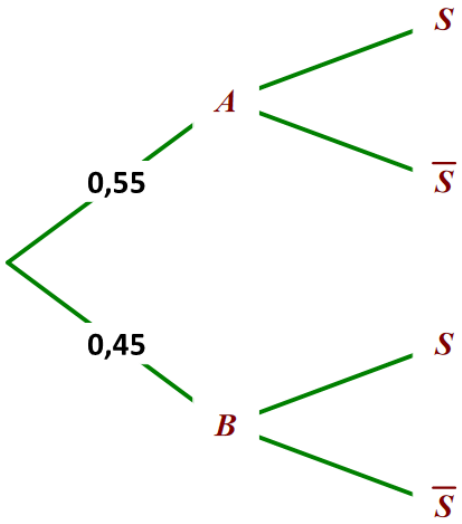


30 **1.** 48 % des élèves sont des filles.
2. 60 % des garçons sont demi-pensionnaires.

31

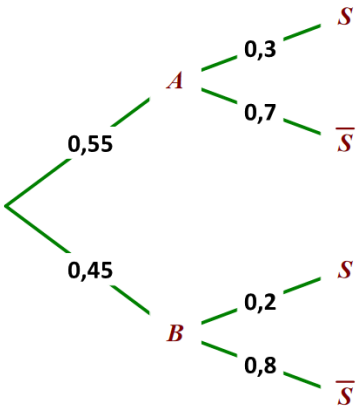


32 **1.** et **2.**



3. a. On peut compléter la branche allant de A à S par 0,3.
b. On peut compléter la branche allant de B à S par 0,2.

c. On en déduit l'arbre complet :



33 **1.** $P(A) = 0,3$ et $P_A(C) = 0,1$.
2. $P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0,03$.

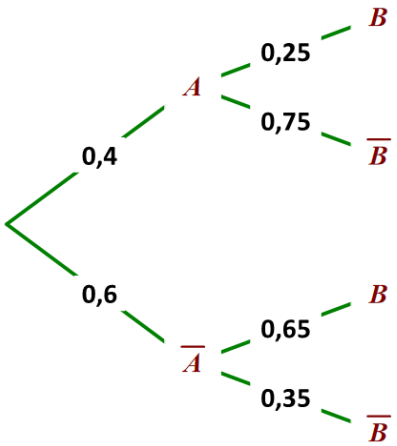
34 **1.** Réponse **b**. **2.** Réponse **b**.

35 Réponse **b**.

36 **1.** $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = 0,4$.
2. La probabilité calculée est celle de l'événement A.

37 **1.** $P(A \cap B) = 0,1 \times 0,2 = 0,02$
2. $P(\bar{A} \cap B) = 0,9 \times 0,3 = 0,27$
3. $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,29$

38 **1.**



2. $P(\bar{A}) = 0,6$; $P_A(\bar{B}) = 0,75$ et $P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,35$.
3. $P(A \cap B) = 0,1$ et $P(\bar{A} \cap B) = 0,39$.
4. $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,49$.

39 **1. a.** Le chemin tracé en bleu permet de calculer la probabilité $P(A \cap D)$ et $P(A \cap D) = 0,12$.

b. Le chemin tracé en rouge permet de calculer la probabilité $P(B \cap D)$ et $P(B \cap D) = 0{,}15$.
c. Le chemin tracé en vert permet de calculer la probabilité $P(C \cap D)$ et $P(C \cap D) = 0{,}03$.
2. $P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) + P(C \cap D) = 0{,}3$

40 **1.** Faux **2.** Vrai

41 **a.** $P(A \cap B) = 0{,}12$
b. $P_B(A) = 0{,}2$
c. $P_A(B) = 0{,}6$

42 A et B sont indépendants donc $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0{,}36$.

43 **a.** A et B ne sont pas indépendants.
b. A et B sont indépendants.
c. A et B sont indépendants.

44 **a.** $P(A \cap B) = 0{,}12$.
b. $P(A \cap B) = 0$.

45 $P(B) = P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0{,}8$

Pour s'entraîner

46 **1.** $P(H) = 0,3$; $P(C) = 0,6$ et $P(H \cap C) = 0,12$.
2. a. $P_H(C)$ est la probabilité que l'employé choisi soit un cadre sachant que c'est un homme.
b. $P_H(C) = \frac{P(H \cap C)}{P(H)} = 0,4$
3. a. $P_C(H) = \frac{P(H \cap C)}{P(C)} = 0,2$
b. $P_C(\overline{H}) = 1 - P_C(H) = 0,8$

47 **1.** $P_G(T) = \frac{P(T \cap G)}{P(G)} = 0,5$ et $P_T(G) = \frac{P(T \cap G)}{P(T)} = 0,25$.
2. $P_G(\overline{T}) = 0,5$ et $P_T(\overline{G}) = 0,75$.

48 **1. a.** $P(A \cup) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$
b. $0,91 + P(A \cap B) = 0,52 + 0,65$ donc $P(A \cap B) = 0,26$.

2. $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,4$ et $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0,5$.

49 Faux : $P_A(B) = 0,8$.

50 **1.** $P(S) = 0,9$; $P(C) = 0,4$ et $P(S \cap C) = 0,3$.
2. $P_S(C) = \frac{P(S \cap C)}{P(S)} = \frac{1}{3}$
Parmi les abonnés ayant souscrit au bouquet Sport, un tiers ont souscrit au bouquet Cinéma.
3. $P_C(S) = \frac{P(S \cap C)}{P(C)} = 0,75$

51 **1.** $P(T) = 0,4$; $P(F) = 0,64$ et $P(F \cap T) = 0,16$.

2.

	F	$\overline{\mathbf{F}}$	**Total**
T	0,16	0,24	0,4
$\overline{\mathbf{T}}$	0,48	0,12	0,6
Total	0,64	0,36	1

3. $P_F(T) = \frac{P(T \cap F)}{P(F)} = 0,25$;
4. $P_T(\overline{F}) = \frac{P(T \cap \overline{F})}{P(T)} = 0,6$.

52 **1.** $P(B) = 0,15$; $P_B(R) = 0,35$ et $P_{\overline{B}}(R) = 0,2$.
2. $P(B \cap R) = P(B) \times P_B(R) = 0,0525$
3. $P(\overline{B} \cap \overline{R}) = P(\overline{B}) \times P_{\overline{B}}(\overline{R}) = 0,68$

53 **1.** $P(\overline{D}) = 0,8$ et $P(\overline{D} \cap K) = P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(K) = 0,3$.

54 **1.** $P(A\cap B) = P(A) \times P_A(B) = \frac{3}{10} = 0{,}3$
2. $P(B) = \frac{P(A\cap B)}{P_B(A)} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

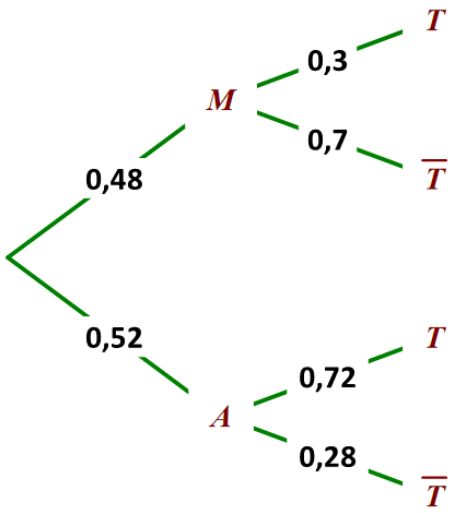
55 Vrai

56 **1.** $P(A\cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}06$
2. $P(B) = P(A\cup B) + P(A\cap B) - P(A) = 0{,}56$
3. $P_B(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \approx 0{,}107$ à 10^{-3} près.

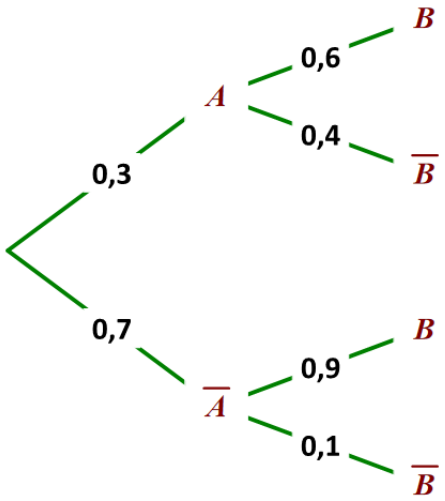
57 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. Les quatre couples sont : ("A" ; "C"), ("A" ; "D"), ("B" ; "C") et ("B" ; "D").
2. a. $P(A) = \frac{4}{7}$
b. $P_A(C) = \frac{3}{5}$.
c. $P(A\cap C) = P(A) \times P_A(C) = \frac{12}{35}$
d $P(\overline{A}) = \frac{3}{7}$
e. $P_{\overline{A}}(C) = \frac{1}{3}$
f. $P(\overline{A}\cap C) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(C) = \frac{1}{7}$

58 **1.** $P(B) = 1 - P(A) = 0{,}55$
2. $P(A\cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0{,}009$
La probabilité que la pièce choisie provienne de la première machine et soit défectueuse est 0,009.
3. $P(B\cap D) = P(B) \times P_B(D) = 0{,}0055$

59 **1.** $P(M) = 0{,}48$; $P_M(T) = 0{,}3$ et $P_A(T) = 0{,}72$.
2.

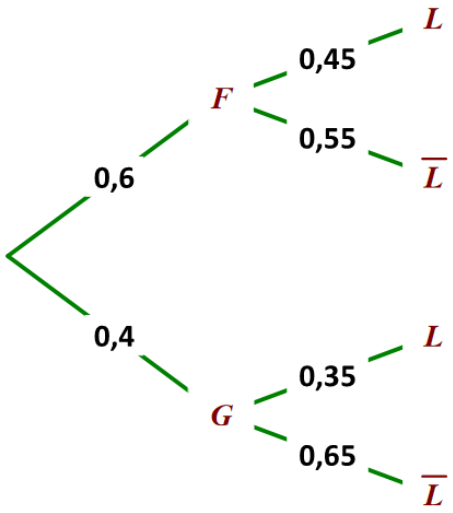


60

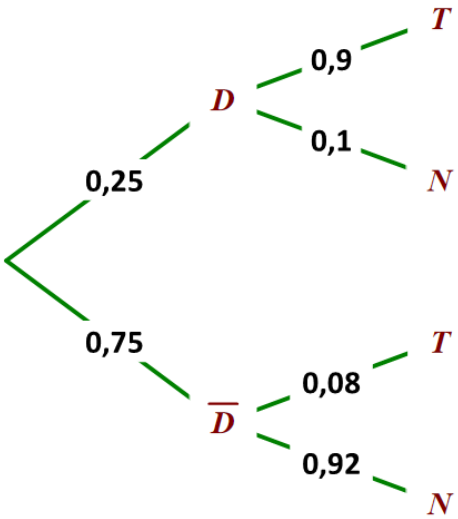


61 **1.** $P(\text{F}) = 0{,}6$; $P_{\text{F}}(\text{L}) = 0{,}45$ et $P_{\text{G}}(\text{L}) = 0{,}35$.

2.

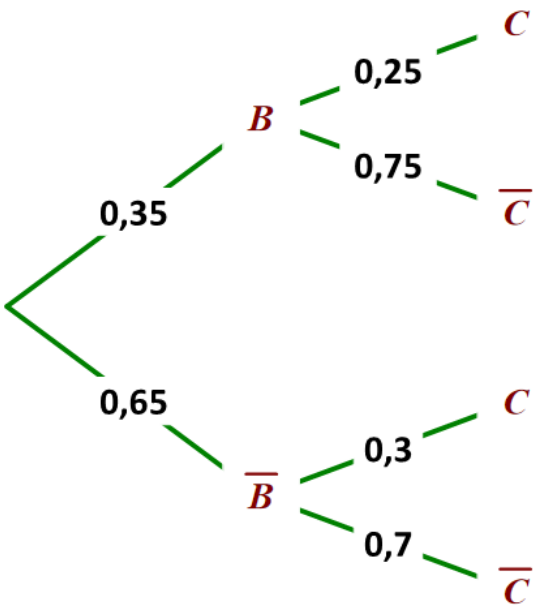


62



63 **1.** 0,35 = $P(\text{B})$; 0,25 = $P_{\text{B}}(\text{C})$ et 0,7 = $P_{\overline{\text{B}}}(\overline{\text{C}})$.

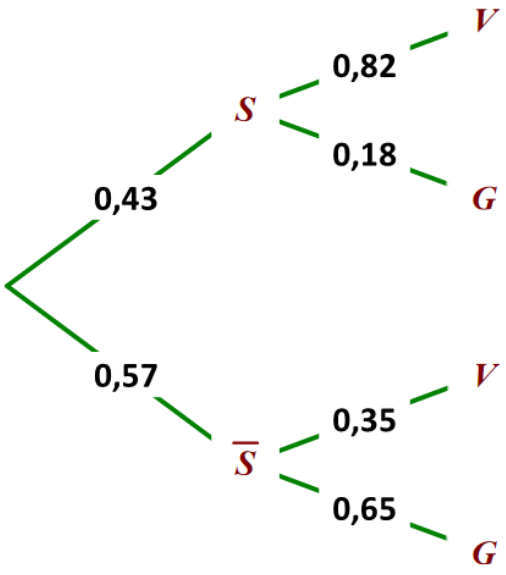
2.



3. $P_{\text{B}}(\overline{\text{C}})$ = 0,75 et $P_{\overline{\text{B}}}(\text{C})$ = 0,3.

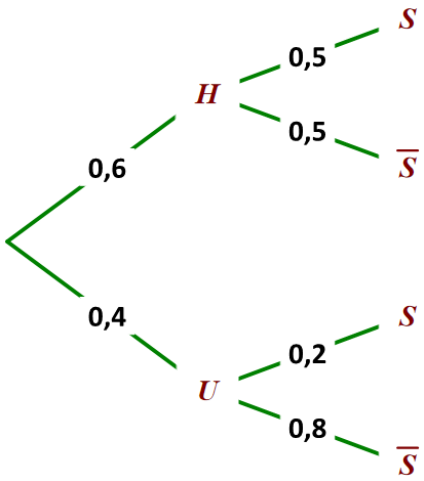
64 **1.** 0,57 = $P(\overline{\text{S}})$; 0,82 = $P_{\text{S}}(\text{V})$ et 0,35 = $P_{\overline{\text{S}}}(\text{V})$.

2.



3. $P_{\text{S}}(\text{G})$ = 0,18 et $P_{\overline{\text{S}}}(\text{G})$ = 0,65.

65 **1.** 0,6 = $P(H)$ et 0,5 = $P_H(S)$.
2. $P(U) = 1 - P(H) = 0,4$
3.

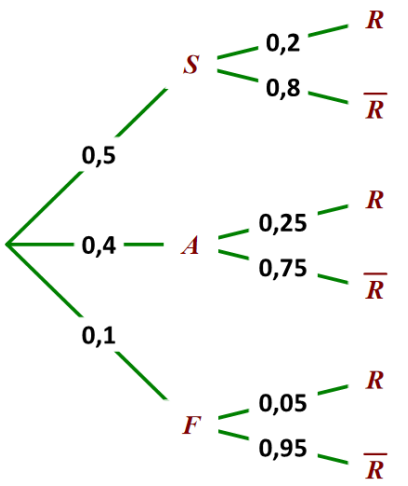


4. $P(U \cap S) = P(U) \times P_U(S) = 0,08$

66 **1.** Réponses **a** et **d**.
2. Réponses **c** et **d**.
3. Réponses **c** et **d**.
4. Réponse **c**.

67 **1.** 0,33 = $P(P)$ et 0,24 = $P_M(\overline{A})$.
2. $P(M \cap A) = P(M) \times P_M(A) = 0,5092$
La probabilité que la personne choisie ait été traitée avec le médicament et ait vu son état de santé s'améliorer est 0,5092.
3. $P(P \cap A) = P(P) \times P_P(A) = 0,0495$

68 **1. a.** $P(S) = 0,5$ et $P_S(R) = 0,2$.
La seconde probabilité signifie : « 20 % des snowboards loués ont dû être réparés ».
b. $P(S \cap R) = P(S) \times P_S(R) = 0,1$
2.



3. $P(A \cap R) = P(A) \times P_A(R) = 0{,}1$

4.	**S**	**A**	**F**	**Total**
R	0,1	0,1	0,005	0,205
$\overline{\mathbf{R}}$	0,4	0,3	0,095	0,795
Total	0,5	0,4	0,1	1

5. $P_R(A) = \dfrac{P(A \cap R)}{P(R)} \approx 0{,}488$ à 10^{-3} près et $P_{\overline{R}}(S) = \dfrac{P(S \cap \overline{R})}{P(\overline{R})} \approx 0{,}503$ à 10^{-3} près.

69 **1. Vrai**

Si $P(A) = P(B) = 0$, c'est vrai.

Si $P(A) = P(B) \neq 0$, on a $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = P_B(A)$.

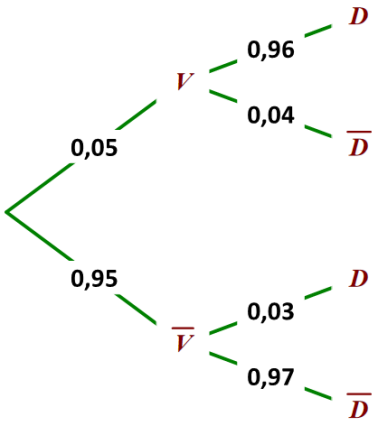
2. « Si $P_A(B) = P_B(A)$, alors A et B sont deux événements tels que $P(A) = P(B)$. »
Cette réciproque est vraie.

70 **1.** $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}18$

2. $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0{,}18 + 0{,}06 = 0{,}24$

3. $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0{,}75$

71 **1.**

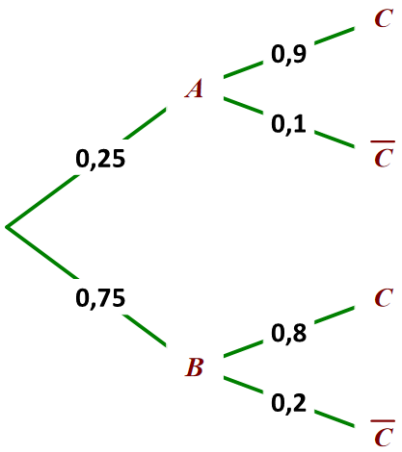


2. a. $P(V \cap D) = P(V) \times P_V(D) = 0{,}048$
La probabilité que l'ordinateur soit infecté par un virus et que le logiciel antivirus le détecte est 0,048.

b. $P(\overline{V} \cap D) = P(\overline{V}) \times P_{\overline{V}}(D) = 0{,}0285$

3. $P(D) = P(V \cap D) + P(\overline{V} \cap D) = 0{,}0765$

72 **1.**



2. a. A∩C : « Les fruits proviennent du producteur *Aux Fraises* et sont retenus pour la fabrication de confiture ».
b. $P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0{,}225$
c. $P(A \cap C) \neq 0$ donc les événements A et C ne sont pas incompatibles.
3. $P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) = 0{,}225 + 0{,}6 = 0{,}825$
4. $P_C(A) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} \approx 0{,}273$ à 10^{-3} près.
Sachant que les fruits ont été retenus pour la fabrication de confiture, la probabilité qu'ils proviennent du producteur *Aux Fraises* est environ 0,273.

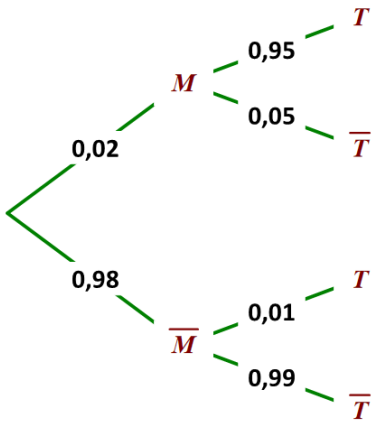
73 Vrai

74 *Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*
1. a. L'appel `proba(0.4,0.1,0.75)` renvoie la valeur 0,49.
b. $P(B) = 0{,}49$
2.

```
def proba(a, b, c):
    p = a*b + (1-a)*c
    return (p, 1-p)
```

75 **1.** $P(M) = 0{,}02$; $P_M(T) = 0{,}95$ et $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}01$.

2.



3. M∩T : « L'individu est atteint de la maladie et le test est positif ».
$P(M \cap T) = P(M) \times P_M(T) = 0{,}019$

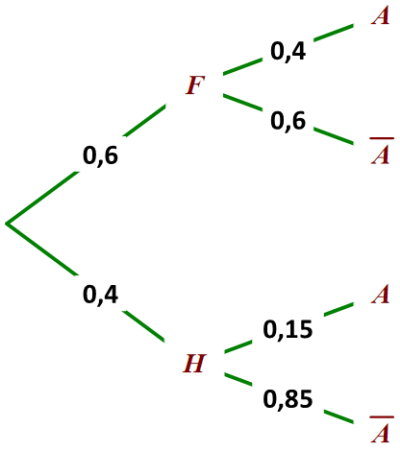
4. $P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = 0{,}019 + 0{,}0098 = 0{,}0288$
La probabilité que le test soit positif est 0,0288.

5. a. $P_T(M) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(T)} \approx 0{,}6597$ à 10^{-4} près.

b. Le test n'est fiable que dans deux cas sur 3 environ.

76 **1.** $P(F) = \dfrac{9\,000}{6\,000 + 9\,000} \approx 0{,}6$

2. Utiliser un arbre pondéré est pertinent car l'énoncé donne les probabilités conditionnelles $P_F(A)$ et $P_H(A)$.



3. a. F∩A : « La personne rencontrée est une femme et elle est prête à prendre un abonnement ».

b. $P(F \cap A) = P(F) \times P_F(A) = 0{,}24$

4. $P(H \cap A) = P(H) \times P_H(A) = 0{,}06$

5. $P(\overline{A}) = P(F \cap \overline{A}) + P(H \cap \overline{A}) = 0{,}36 + 0{,}34 = 0{,}7$
D'où $P_{\overline{A}}(F) = \dfrac{P(\overline{A} \cap F)}{P(\overline{A})} \approx 0{,}514$ à 0,001 près.

77 **1.** $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(B) = \frac{1}{3}$ et $P(A \cap B) = \frac{1}{6} = P(A) \times P(B)$. Ainsi A et B sont indépendants.
2. $P(A) = \frac{1}{2}$; $P(C) = \frac{1}{2}$ et $P(A \cap C) = \frac{1}{6} \neq P(A) \times P(C)$. Ainsi A et C ne sont pas indépendants.

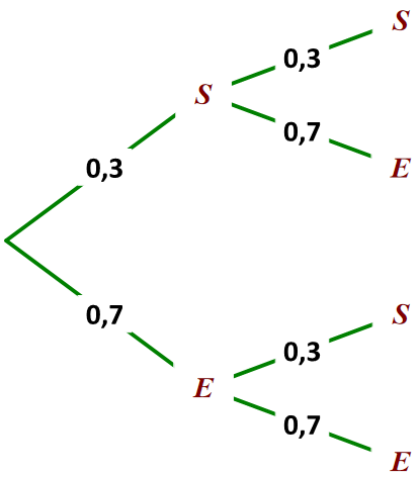
78 **1. a.** $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,14$
b. $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0,14 + 0,56 = 0,7$
2. $P(A) \times P(B) = 0,2 \times 0,7 = 0,14 = P(A \cap B)$. Dès lors, A et B sont indépendants.

79 **1.** C∩F : « Le vélo a un pneu crevé et il freine mal ».
Puisque C et F sont indépendants, on a : $P(C \cap F) = P(C) \times P(F) = 0,0015$.
2. a. $P(C \cup F) = P(C) + P(F) - P(C \cap F) = 0,0785$
b. $P(\overline{C} \cap \overline{F}) = 0,9215$

80 **1.** $P(H) = 0,45$; $P(C) = 0,44$ et $P(H \cap C) = 0,198 = P(H) \times P(C)$.
Donc H et C sont indépendants.
2. $P(D) = 0,25$; $P(C) = 0,44$ et $P(D \cap C) = 0,112 \neq P(D) \times P(C)$.
Donc D et C ne sont pas indépendants.

81 **1.** Puisque A et B sont indépendants, on a : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,595$.
2. $P_B(A) = P(A) = 0,7$ et $P_B(\overline{A}) = 1 - P_B(A) = 0,3$.
Puisque $P_B(\overline{A}) = P(\overline{A})$, les événements $\overline{A}$ et B sont indépendants.

82 **1. a.** La probabilité d'avoir un succès la seconde fois est la même que celle d'avoir un succès la première fois soit 0,3.
b.

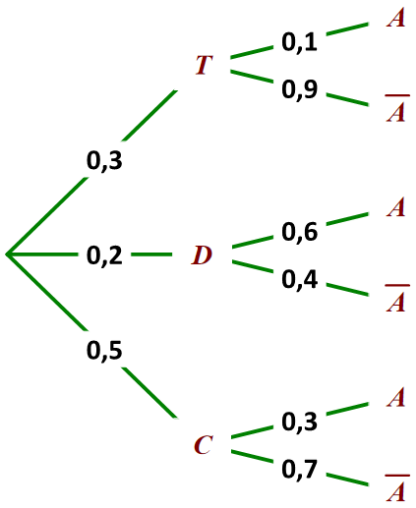


2. La probabilité d'obtenir exactement un succès est 0,42.
3. La probabilité d'obtenir exactement un échec est 0,42.

83 **1.** Puisque D_1 et D_2 sont indépendants, on a $P(D_1 \cap D_2) = P(D_1) \times P(D_2) = 0,16$.
2. $P(D_1 \cup D_2) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2) = 0,64$

84 **1. a.** $P(\text{T}) = 0{,}3$; $P(\text{D}) = 0{,}2$ et $P_{\text{D}}(\text{A}) = 0{,}6$.

2.



2. $P(\text{D} \cap \text{A}) = P(\text{D}) \times P_{\text{D}}(\text{A}) = 0{,}12$

3. $P(\text{A}) = P(\text{T} \cap \text{A}) + P(\text{D} \cap \text{A}) + P(\text{C} \cap \text{A}) = 0{,}03 + 0{,}12 + 0{,}15 = 0{,}3$.

4. $P_{\text{A}}(\text{D}) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(A)} = 0{,}4$

5. $P(\text{A}) = 0{,}3 = P_{\text{C}}(\text{A})$ donc les événements A et C sont indépendants.
La réalisation de l'événement « Le spectacle est un concert » n'a pas d'influence sur la réalisation de l'événement « Le spectacle se déroule en plein air » et vice-versa.

Pour travailler en autonomie

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

85 **1.** $P(S) = 0{,}8$; $P(O) = 0{,}75$ et $P(S \cap O) = 0{,}63$.

2. a. $P_S(O) = \dfrac{0{,}63}{0{,}8} = 0{,}7875$

b. La probabilité que le salarié ne soit pas doté d'un ordinateur sachant qu'il est doté d'un smartphone est $P_S(\overline{O}) = 0{,}2125$.

3. $P_O(S) = \dfrac{0{,}63}{0{,}75} = 0{,}84$ et $P_O(\overline{S}) = 0{,}16$.

86 **1.** $P(V) = 0{,}8$; $P_V(D) = 0{,}1$ et $P(D) = 0{,}25$.

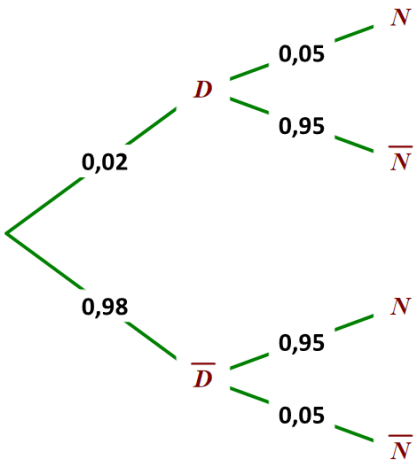
2. $P(V \cap D) = 0{,}8 \times 0{,}1 = 0{,}08$

3. $P_D(V) = \dfrac{0{,}08}{0{,}25} = 0{,}32$

87 **1. a.** $P_D(\overline{N}) = 0{,}95$ et $P_{\overline{D}}(\overline{N}) = 0{,}05$.

b. $P(D) = 0{,}02$

2.



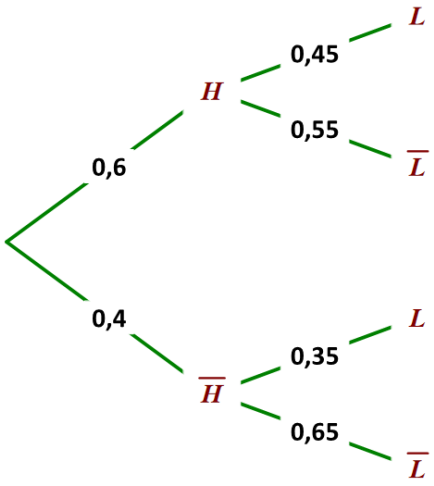
3. $P(D \cap \overline{N}) = 0{,}02 \times 0{,}95 = 0{,}019$

La probabilité que le sportif testé soit dopé et que le test soit positif est 0,019.

4. $P(\overline{D} \cap \overline{N}) = 0{,}98 \times 0{,}05 = 0{,}049$

88 **1.** $P(H) = 0,6$; $P_H(L) = 0,45$ et $P_{\overline{H}}(L) = 0,35$.

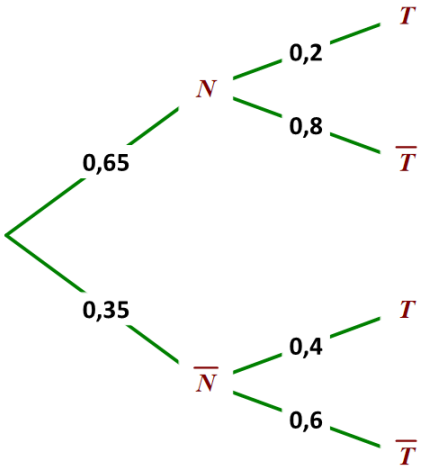
2.



3. a. $P(\overline{H} \cap L) = 0,4 \times 0,35 = 0,14$

b. $P(H \cap L) = 0,6 \times 0,45 = 0,27$

89 **1.**



2. $P(N \cap T) = 0,65 \times 0,2 = 0,13$

3. $P(T) = P(N \cap T) + P(\overline{N} \cap T) = 0,27$

4. $P_T(N) = \frac{0,13}{0,27} \approx 0,481$ à 10^{-3} près.

90 **1.** Réponse **c**.

2. Réponse **c**.

3. Réponse **d**.

91 **1.** Vrai **2.** Vrai **3.** Faux

92 ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire :*
« L'éleveur a sélectionné la race pour que 96 % des individus, quel que soit leur sexe, soient porteurs du phénotype colourpoint, c'est-à-dire qu'ils ont les extrémités plus foncées que le reste du corps. »

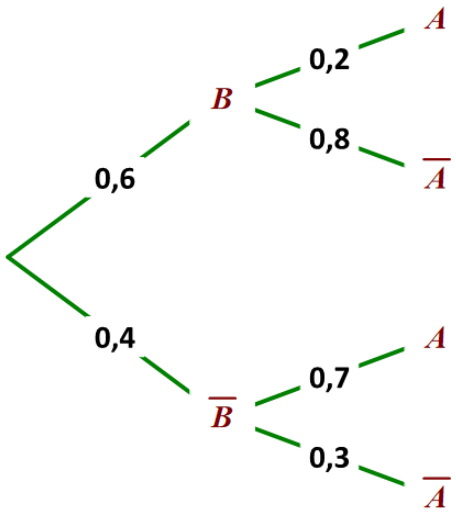
1. $P(F) = 0{,}75$
2. D'après l'énoncé, 96 % des individus sont porteurs du phénotype *colourpoint* quel que soit leur sexe, donc F et C sont indépendants.
3. $P(F \cap C) = P(F) \times P(C) = 0{,}72$
4. $P_C(F) = P(F) = 0{,}75$

Pour aller plus loin

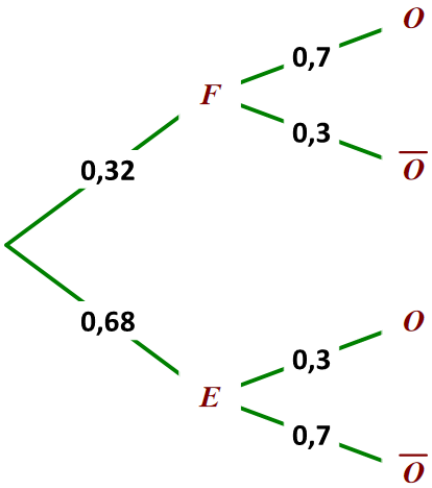
93 $P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0{,}12 + 0{,}48 = 0{,}6$

D'où $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0{,}2$ et $P_{\overline{B}}(A) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0{,}28}{0{,}4} = 0{,}7$.

On en déduit l'arbre suivant :

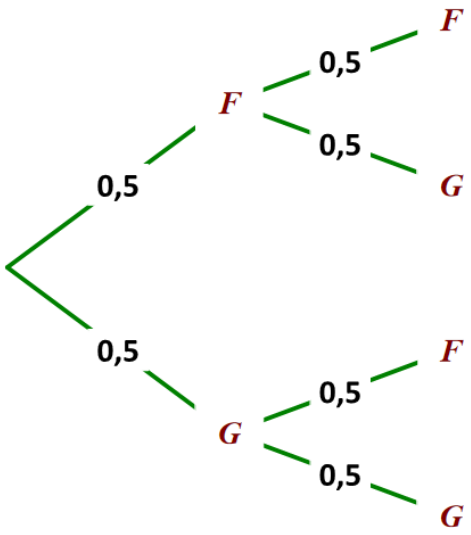


94 On nomme F l'événement « le passager est français », E l'événement « le passager est étranger » et O l'événement « le passager a choisi l'excursion en option ».



$P(O) = P(F \cap O) + P(E \cap O) = 0{,}224 + 0{,}204 = 0{,}428$ et $P_O(F) = \frac{P(F \cap O)}{P(O)} \approx 0{,}523$ à 10^{-3} près.

95 **1.** On nomme F l'événement « l'enfant est une fille » et G l'événement « l'enfant est un garçon ».

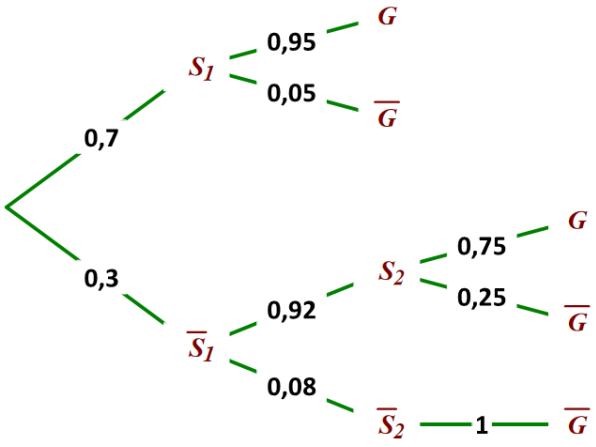


2. $P(A) = 0{,}25$; $P(B) = 0{,}5$; $P(C) = 0{,}75$; $P(D) = 0{,}5$.

3. $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(A)}{P(B)} = 0{,}5$ $\quad$ $P_C(A) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)} = \dfrac{P(A)}{P(C)} = \dfrac{1}{3}$

$P_D(A) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0}{P(D)} = 0$ $\quad$ $P_A(C) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(A)} = \dfrac{P(A)}{P(A)} = 1$

96 **1.**

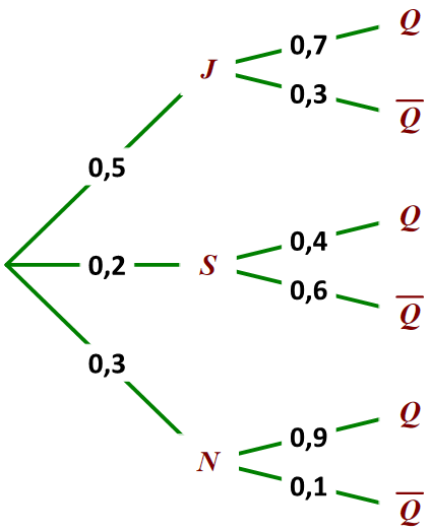


2. $P(S_1 \cap G) = 0{,}7 \times 0{,}95 = 0{,}665$

3. $P(G) = 0{,}665 + 0{,}207 = 0{,}872$

4. $P_G(S_1) = \dfrac{P(G \cap S_1)}{P(G)} \approx 0{,}763$ à 10^{-3} près.

97 **1.**



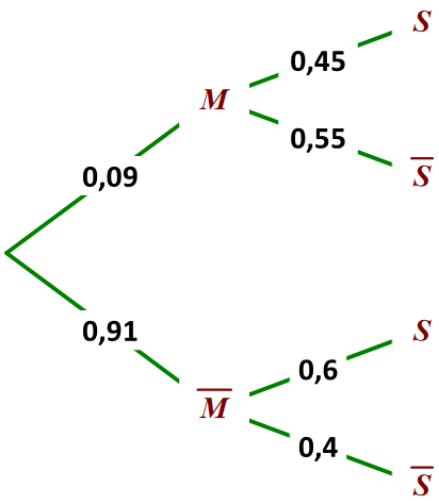
2. $P(Q) = P(J \cap Q) + P(S \cap Q) + P(N \cap Q) = 0{,}35 + 0{,}08 + 0{,}27 = 0{,}7$

3. $P_Q(S) = \frac{P(S \cap Q)}{P(Q)} \approx 0{,}114$ à 10^{-3} près.

4. a. $P_J(Q) = P(Q)$ donc les événements J et Q sont indépendants.
$P_S(Q) \neq P(Q)$ donc les événements S et Q ne sont pas indépendants

b. La réalisation de l'événement « le salarié travaille de jour » n'a pas d'influence sur la réalisation de l'événement « le salarié a moins de quarante ans », et vice-versa.

98 **1.**



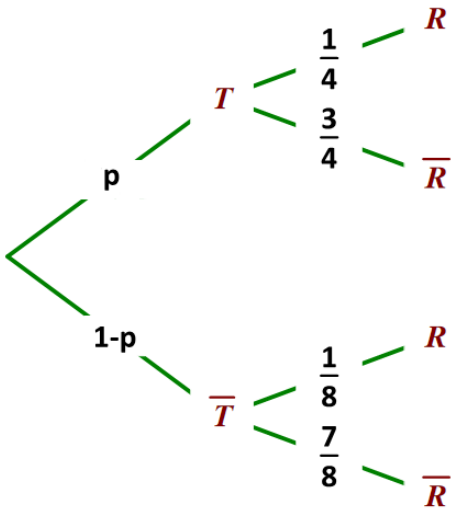
2. $P(S) = P(M \cap S) + P(\overline{M} \cap S) = 0{,}0405 + 0{,}546 = 0{,}5865$

3. $P_S(M) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} \approx 0{,}069$ à 10^{-3} près et $P_{\overline{S}}(M) = \frac{P(M \cap \overline{S})}{P(\overline{S})} \approx 0{,}120$ à 10^{-3} près.

$\frac{P_S(M) - P_{\overline{S}}(M)}{P_{\overline{S}}(M)} \approx -0{,}42$. L'activité physique régulière fait baisser d'environ 42 % la probabilité d'être atteint d'une maladie cardio-vasculaire, donc l'affirmation est vraie.

99 **1.** $P_{\overline{T}}(R) = \frac{1}{8}$

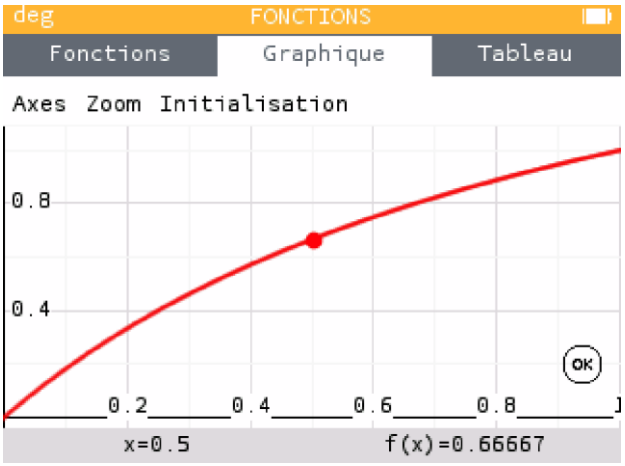
2.



3. $P(R) = P(T \cap R) + P(\overline{T} \cap R) = \frac{1}{4}p + \frac{1}{8}(1-p) = \frac{1}{8}p + \frac{1}{8}$

$P_R(T) = \frac{P(T \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{4}p}{\frac{1}{8}p + \frac{1}{8}} = \frac{2p}{p+1}$ donc $T(p) = \frac{2p}{p+1}$.

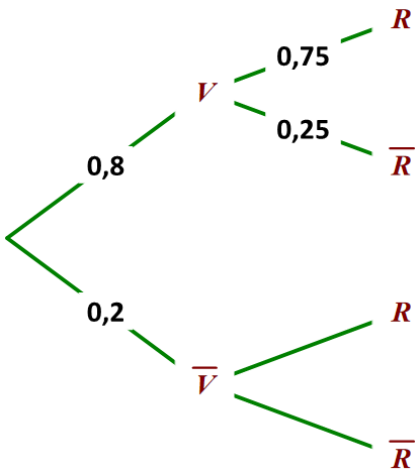
4.



5. **a.** $T(0) = 0$ et $T(1) = 1$.

b. Quand p augmente, $T(p)$ augmente en se rapprochant de 1.

100 **1.**

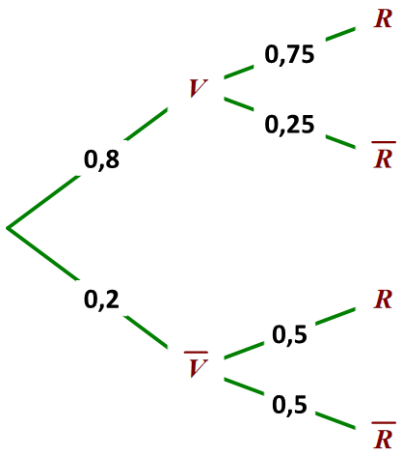


2. a. $P(V \cap R) = 0{,}8 \times 0{,}75 = 0{,}6$

b. $P(R) = 0{,}7$ donc $P(\overline{V} \cap R) = 0{,}7 - 0{,}6 = 0{,}1$.

3. a. $P_{\overline{V}}(R) = \dfrac{P(R \cap \overline{V})}{P(\overline{V})} = 0{,}5$

b. On peut alors compléter l'arbre :



101 ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut ajouter la piste :*

« On pourra montrer que $2p^2 - 3p + 1 = (2p - 1)(p - 1)$ *».*

$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = p^2 + (1 - p)^2 = 2p^2 - 2p + 1$

A et B sont indépendants si et seulement si $P(B) = P_A(B)$ soit $2p^2 - 3p + 1 = 0$.

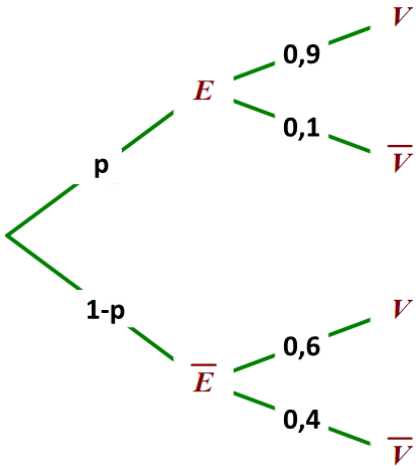
Or $(2p - 1)(p - 1) = 2p^2 - 3p + 1$.

1 et $\dfrac{1}{2}$ sont donc solutions de l'équation $2p^2 - 3p + 1 = 0$.

On en déduit que A et B sont indépendants si, et seulement si, $p = \dfrac{1}{2}$ ou $p = 1$.

102 **1. a.** 0,4 = p(O) et 0,25 = P_O(J).
b. $P(J \cap O) = 0,4 \times 0,25 = 0,1$
2. a. $P(J) = P(O \cap J) + P(\overline{O} \cap J) = 0,1 + 0,6p$
b. $0,1 + 0,6\,p = 0,2$ donc $p = \frac{1}{6}$.
3. $P_J(O) = \frac{P(O \cap J)}{P(J)} = 0,5$

103 **1.**



2. $P(V) = P(E \cap V) + P(\overline{E} \cap V) = 0,9p + 0,6\,(1 - p) = 0,3p + 0,6$
3. a. $0,3p + 0,6 = 0,675$ donc $p = 0,25$.
b. $P_V(E) = \frac{P(E \cap V)}{P(V)} = \frac{0,25 \times 0,9}{0,675} = \frac{1}{3}$

Travaux pratiques

TP Fiabilité d'un test de dépistage

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

A. Simulations avec un programme Python

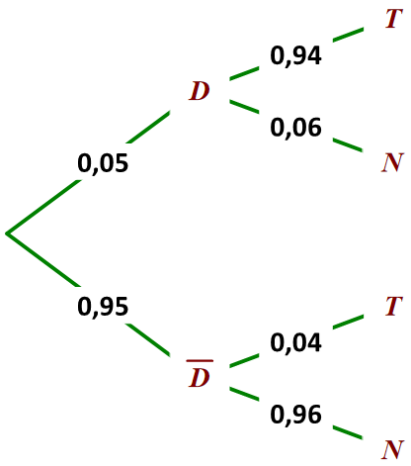
1. a. L'appel `est_dope(0.1)` renvoie la valeur 0.
Cette valeur représente un sportif non dopé.
b. Le test de la ligne **4** permet d'identifier si le sportif simulé par cette fonction est dopé ou non (valeur simulée inférieure à la probabilité d'être dopé).
2. a. Le test de la ligne **11** correspond à la probabilité conditionnelle $P_D(T) = 0{,}94$.
b. Le test de la ligne **14** correspond à la probabilité conditionnelle $P_{\overline{D}}(T) = 0{,}04$.
c. L'appel `test_positif(0)` renvoie la valeur 0.
Cette valeur représente un sportif non dopé dont le test est négatif.
3. a. Voici un exemple de différents appels à la fonction `simulation`.
Les valeurs sont arrondies à 10^{-3} près.

Valeur de *p*	0,01	0,05	0,1	0,2	0,5	0,8	0,9	0,95	0,99
Proportion *d*	0,233	0,548	0,712	0,866	0,954	0,992	0,993	0,999	0,999

b. Quand p augmente, d augmente aussi.
c. Quand la valeur de p est faible, le test n'est pas fiable. Prenons l'exemple d'une proportion de 1 % de dopés dans la population : parmi les sportifs pour lesquels on a obtenu un test positif, moins de 24 % étaient réellement dopés.

B. Étude d'un cas particulier

1.



2. $P(D \cap T) = 0{,}05 \times 0{,}94 = 0{,}047$ et $P(\overline{D} \cap T) = 0{,}95 \times 0{,}04 = 0{,}038$.
Ainsi $P(T) = P(D \cap T) + P(\overline{D} \cap T) = 0{,}085$.
3. a. $P_T(D) = \frac{0{,}047}{0{,}085} \approx 0{,}553$ à 10^{-3} près.
Sachant que le test est positif, la probabilité que le sportif soit dopé est environ 0,553.

b. Le résultat est proche de la valeur simulée : 0,548.

4. a. $P_{\text{N}}(\overline{\text{D}}) = \frac{P(\overline{\text{D}} \cap \text{N})}{P(\text{N})} = \frac{0{,}95 \times 0{,}96}{1 - 0{,}085} \approx 0{,}997$ à 10^{-3} près.

Sachant que le test est négatif, la probabilité que le sportif ne soit pas dopé est environ 0,997.

b. Le test n'est pas efficace pour déterminer si un sportif est dopé. En revanche, il est très efficace pour déterminer si un sportif n'est pas dopé.

Cap vers le Bac

Automatismes

1. 75

2. 15 m·s^{-1}

3. A = $4x^2 - 16x + 16 + 12 - 6x = 4x^2 - 22x + 28$

4. a. $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

b. L'ensemble solution est $]-\infty ; 6]$.

5. L'ensemble solution est $\{-4 ; 4\}$.

6. $b = \frac{c}{3a}$.

7. a. $f\left(\frac{1}{3}\right) = 2$

b.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

8. $f'(x) = 6x^2 - 10x$

Sujet A

1. Réponse **c**.

2. Réponse **c**.

3. Réponse **c**.

4. Réponse **c**.

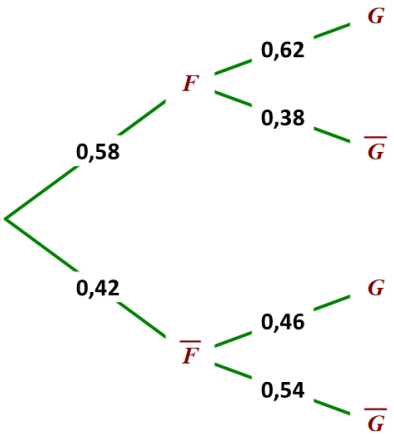
Sujet B

Le corrigé détaillé de ce sujet est disponible dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

1. $P(F) = 0{,}58$ et $P_F(G) = 0{,}62$.

2. a. 0,46 est la probabilité que le dossier soit celui d'un sportif qui a été soigné pour une blessure au genou, sachant que c'est une femme.

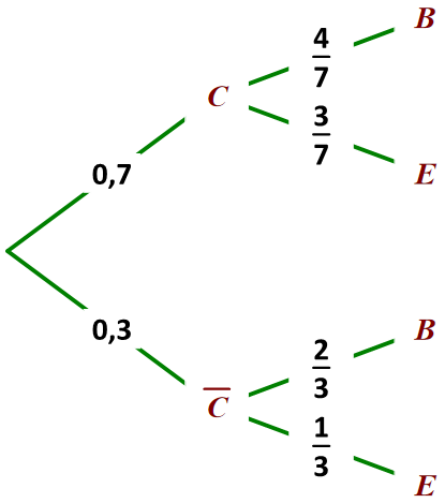
b.



3. a. F∩G : « le dossier est celui d'une femme qui a été soignée pour une blessure au genou ».
b. $P(F \cap G) = 0{,}58 \times 0{,}62 = 0{,}3596$
4. $P(G) = P(F \cap G) + P(\overline{F} \cap G) = 0{,}5528$
5. $P_G(F) = \frac{0{,}3596}{0{,}5528} \approx 0{,}65$ à 10^{-2} près.
L'affirmation est donc fausse.

Sujet C

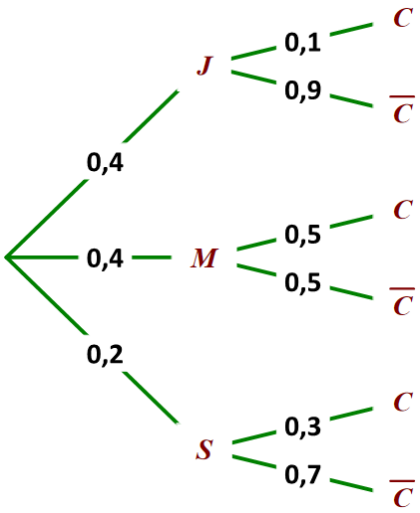
1.



2. $P(B) = P(C \cap B) + P(\overline{C} \cap B) = 0{,}6$
3. $P_B(\overline{C}) = \frac{P(\overline{C} \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{3}$

Sujet D

1.



2. J∩C : « La personne a moins de 30 ans et pratique le compostage ».
$P(J \cap C) = P(J) \times P_J(C) = 0{,}04$
3. $P(S \cap C) = 0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}06$
4. $P(C) = P(J \cap C) + P(M \cap C) + P(S \cap C) = 0{,}04 + 0{,}2 + 0{,}06 = 0{,}3$
Puisque $0{,}3 < 0{,}5$, l'affirmation est fausse.
5. $P_C(S) = \dfrac{P(S \cap C)}{P(C)} = 0{,}2$
6. $P_C(S) = P(S)$ donc les événements C et S sont indépendants.

Sujet E

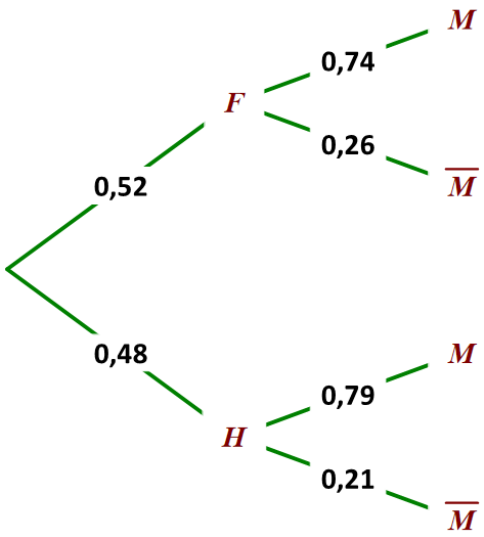
1. $P(L) = P(B \cap L) + P(\overline{B} \cap L) = 0{,}6 \times 0{,}2 + 0{,}4 \times \dfrac{x}{100} = 0{,}12 + 0{,}004x$
2. On résout l'équation $P(L) = P_B(L)$ qui équivaut à $0{,}004x = 0{,}08$ soit à $x = 20$.

Revoir des points essentiels

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles sur le site élève lycee.editions-bordas.fr.

104 $P(S) = 0{,}35$; $P(H) = 0{,}9$ et $P(S \cap H) = 0{,}21$.
$P_S(H) = \frac{0{,}21}{0{,}35} = 0{,}6$

105



Chapitre 6
Variables aléatoires discrètes

A Notre point de vue

1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

La première séquence du cours réintroduit tout d'abord la notion de variable aléatoire (ainsi que son espérance), faisant ainsi le lien avec le programme de Première. Puis on introduit la loi binomiale, ainsi que le calcul de son espérance.

La seconde séquence se concentre sur les coefficients binomiaux, définis comme étant le nombre de chemins présentant un nombre k de succès donnés dans un arbre illustrant une loi binomiale de paramètres n et p. On retrouve ensuite quelques propriétés des coefficients binomiaux, ainsi que la relation de Pascal. Cela permet en fin de séquence d'introduire le triangle de Pascal, qui sera très utile dans les exercices jusqu'à $n = 10$.

2 Les objectifs des activités

L'activité 1 permet, à partir d'une série de données, de réactiver les connaissances sur les variables aléatoires, en faisant construire une loi de probabilité, puis en établissant le calcul d'une « valeur moyenne », l'espérance donc.

L'activité 2 s'appuie sur un arbre pondéré à trois niveaux, permettant de modéliser la répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. Après avoir calculé $P(X = 0)$ et $P(X=3)$, on dénombre le nombre de chemins ayant un unique succès pour calculer $P(X=1)$. On calcule ensuite $P(X=2)$ par un raisonnement similaire pour finalement aboutir à la loi de probabilité de cette variable aléatoire qui suit une loi binomiale.

L'activité 3 permet de découvrir les coefficients binomiaux en dénombrant des chemins dans un arbre illustrant une répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes. On observe également la symétrie dans un tel arbre.

L'activité 4 commence par la construction du triangle de Pascal comme triangle arithmétique, permettant l'acquisition de cette compétence. Elle fait ensuit le lien avec les coefficients binomiaux et se termine par leur identification dans le triangle de Pascal.

3 Exercices, TP et algorithmes

Les TP sont au nombre de quatre, et permettront notamment de mettre en œuvre les compétences « Chercher », « Modéliser », « Représenter » et « Raisonner ».

Le premier est focalisé sur la génération de triangles de Pascal de n'importe quelle taille à l'aide du tableur.
Le second TP fait le lien entre la représentation des fréquences des 1, déjà observé en classe de Première, et celle de la loi binomiale, et ce à l'aide du tableur.
Le TP 3 permet de travailler la notion d'espérance.
Enfin, le TP4 utilise le tableur pour représenter graphiquement l'espérance de lois binomiales, et ainsi retrouver la formule du cours.

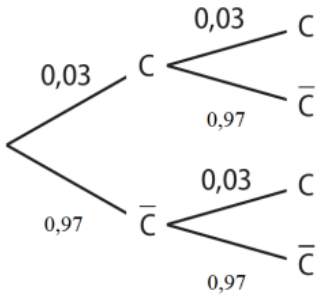
Dans les exercices, le triangle de Pascal s'avérera indispensable pour déterminer tous les coefficients binomiaux lorsque $n \leq 10$.

La programmation en Python est employée lorsque l'on a besoin de la notion de compteur (de succès ou d'échec dans un schéma de Bernoulli, comme dans l'exercice **67** p. 176) ou d'accumulateur (Zoom sur l'algorithmique, p. 186), ou plus simplement dès qu'il s'agit de simuler une variable aléatoire (exercice **20** p. 171, par exemple).

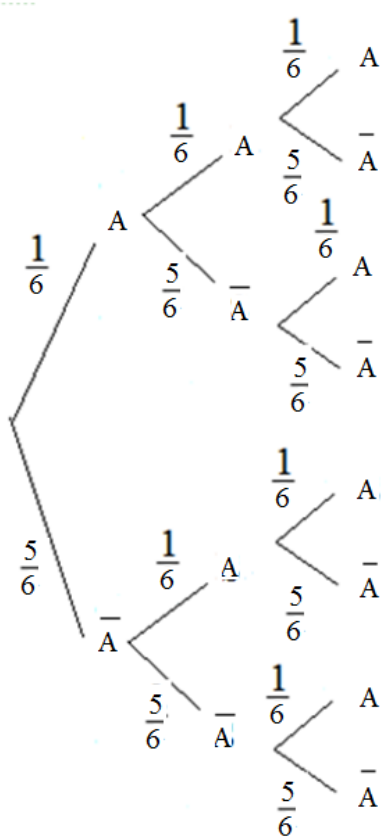
Le chapitre contient de nombreux exercices d'applications directes de difficulté progressive. L'interdisciplinarité se limite ici à la Physique avec l'exercice **46** p. 174 dont l'objet d'étude est une machine qui soude des résistances en série.

B Se tester pour un bon départ

1



2



3 **1.** Vrai

2. Faux : cette probabilité vaut $\frac{3}{8}$.

3. Vrai

4 **1.** Réponse **c.**
2. Réponses **c.** et **d.**

5 **1.** Réponse **d.**
2. Réponses **c.** et **d.**

6 ***Errata*** *: dans certains manuels, la variable aléatoire Y peut parfois être nommée X.*

1. Faux : $P(Y > 1) = P(Y = 3) = 0{,}6\mathbf{5}$
2. Vrai : $E(Y) = -1 \times 0{,}15 + 1 \times 0{,}20 + 3 \times 0{,}65 = \mathbf{2}$

C Activités

Activité 1 Un jeu d'équilibre

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. Cette probabilité vaut 0,73.

2.

x_i	0,01	0,06	0,10
$P(X = x_i)$	0,125	0,145	0,73

3. On calcule la moyenne pondérée en effectuant :

$0{,}01 \times 0{,}125 + 0{,}06 \times 0{,}145 + 0{,}10 \times 0{,}73 = 0{,}08295$.

Activité 2 À l'entraînement

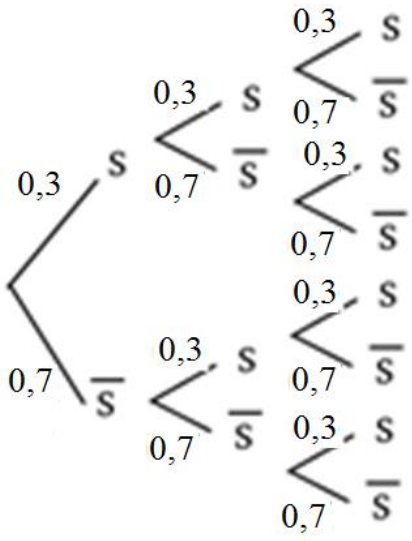
Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

Une animation est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr, ainsi que dans le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

1. a. « Lucas va à l'entraînement » est une épreuve à deux issues : soit il fait beau et Lucas y va avec son vélo (probabilité égale à 0,3), soit le temps est maussade et il en va en transports en commun (probabilité égale à 0,7).

C'est bien une épreuve de Bernoulli de paramètre 0,3.

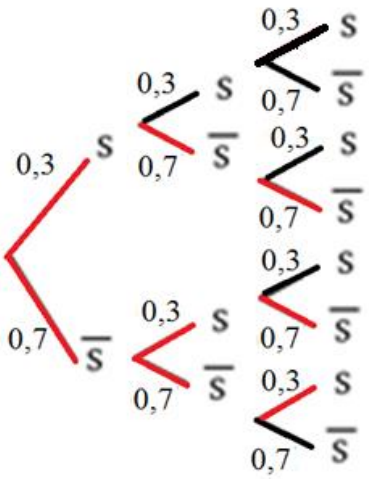
b.



c. $n = 3$ et $p = 0{,}3$.

2. $P(X = 0) = 0{,}7^3 = 0{,}343$ et $P(X = 3) = 0{,}3^3 = 0{,}027$

3. a.



b. $0{,}3 \times 0{,}7^2 = 0{,}147$

c. $P(X = 1) = 0{,}3 \times 0{,}7^2 + 0{,}7 \times 0{,}3 \times 0{,}7 + 0{,}7^2 \times 0{,}3 = 3 \times 0{,}147 = 0{,}441$

4. Il y a trois façons d'obtenir deux succès : $S\overline{S}$, $S\overline{S}S$ et $\overline{S}SS$.

5. En utilisant $P(X = 2) = 1 - \big(P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 3)\big)$

$$= 1 - (0{,}7^3 + 0{,}441 + 0{,}3^3)$$

$$= 1 - 0{,}811 = 0{,}189$$

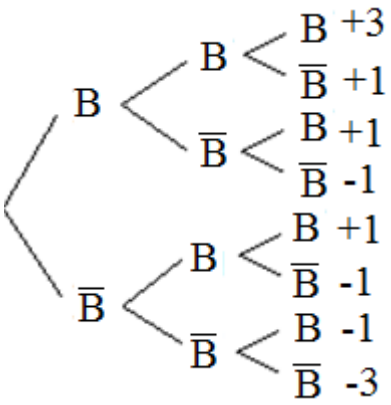
on obtient la loi de probabilité suivante :

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,343	0,441	0,189	0,027

Activité 3 Une histoire de karma

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1.

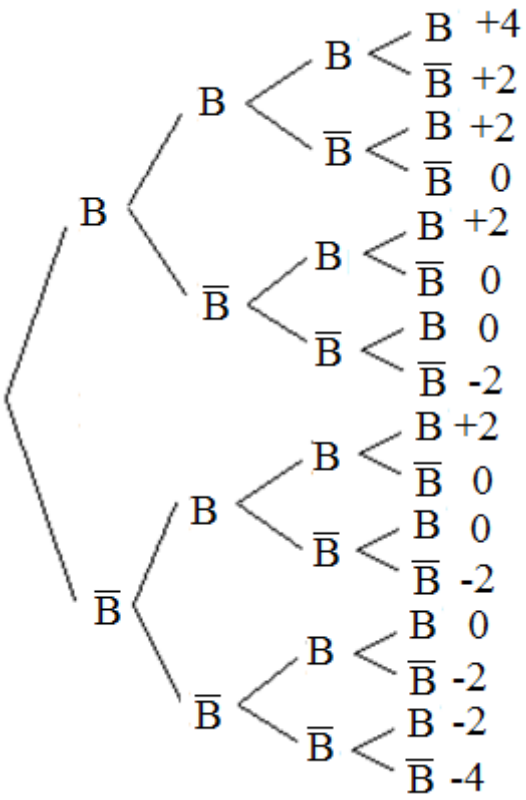


2. Il y a un unique chemin menant à + 3, trois menant à + 1, et trois menant à - 1.

3. Pour obtenir un karma valant + 1, il faut faire deux bons choix et un mauvais. Pour obtenir un karma valant - 1, il faut faire deux mauvais choix et un bon.

Dans les deux cas, cela revient au nombre de façons de choisir un élément parmi trois.

4. a.



b. Il y a un unique chemin menant à + 4, et quatre menant à + 2.

c. Pour obtenir un karma valant + 2, il faut faire trois bons choix et un mauvais. Pour obtenir un karma valant - 2, il faut faire trois mauvais choix et un bon.

Dans les deux cas, cela revient au nombre de façons de choisir un élément parmi quatre.

Activité 4 Un tableau arithmétique

Le fichier texte de cette activité est disponible dans le manuel numérique enseignant ou sur le site enseignant indice.editions-bordas.fr afin de la compléter et/ou la modifier à votre guise.

1. a. Au-dessus de la première case à compléter à la troisième ligne, le terme de la même colonne vaut 1, et celui de la colonne précédente vaut 1. Donc ce terme vaut 2.

b.

1									
1	1								
1	2	1							
1	3	3	1						
1	4	6	4	1					
1	5	10	10	5	1				
1	6	15	20	15	6	1			
1	7	21	35	35	21	7	1		
1	8	28	56	70	56	28	8	1	
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

2.a. Il y a un chemin avec zéro succès, deux avec un succès, et un avec deux succès.

b. Il y a un chemin avec zéro succès, trois avec un succès, trois avec deux succès, et un avec trois succès.

c. Les nombres de chemins de la question **a.** sont donnés par la troisième ligne du tableau, et ceux de la question **b.**, par la quatrième.

d. Les nombres de la sixième ligne du tableau donnent les nombres de chemins avec k (k allant de 0 à 5) succès dans un arbre pondéré représentant une loi binomiale avec cinq répétitions d'une épreuve de Bernoulli.

D Exercices

Automatismes et rituels

1 **a.** 1,609 km

b. 0,17 m

c. 0,33 L

d. 0,25 L

e. 10 000 cm^2

f. 0,17 cm^2

2 **a.** 1

b. $\frac{25}{12}$

c. 48

d. 6

3 **a.** 12 %

b. 2,5 %

4 **a.** $R = 2$

b. $R = 5$

c. $R = \frac{5}{2}$

d. $R = \frac{14}{3}$

5 **1.** $f(-2) = -1, f(-1) = 0, f(1) = -1.$

2. Dans l'ordre : 0, $\frac{3}{2}$ et -4.

3. Dans l'ordre : $y = -1$, $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ et $y = -4x + 3$.

6 **1.** Faux : $60 \times 1{,}33 \neq 80$.

2. Vrai : $2{,}5 \times 1{,}25 = 3{,}125$.

3. Faux : c'est une augmentation (de 12,5 %).

4. Faux : $50 \times 1{,}12 \neq 60$.

7 **1.** On peut modéliser cette évolution par une suite géométrique de raison 1,1.

2. On peut modéliser cette évolution par une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

8 $u_1 = 5$, $u_2 = 7$, $u_3 = 11$, $u_4 = 19$, $u_5 = 35$.

9 $v_1 = \frac{1}{3}$, $v_2 = \frac{3}{5}$, $v_3 = \frac{7}{9}$.

10 On peut tout d'abord calculer le coefficient directeur de la droite en utilisant la formule $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, puis remplacer x et y par les coordonnées d'un des deux points dans l'équation $y = ax + b$ afin de trouver b.

11 **a.** $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1$

b. $f'(x) = 8x + 3$

c. $f'(x) = x^2 - x + 5$

d. $f'(x) = \frac{1}{2}x + 2$

12 $g'(x) = -2x + 2$ donc $g'(-1) = 4$: réponse **d.**

Pour maîtriser les bases

13 $P(X = 4) = \frac{1}{6}$ et $P(X = -1) = \frac{5}{6}$.

14 $E(X) = -1 \times 0{,}2 + 2 \times 0{,}8 = 1{,}4$

15 $E(N) = 0 \times 0{,}89 + 1 \times 0{,}08 + 2 \times 0{,}02 + 3 \times 0{,}01 = 0{,}15$

16 **1.** X peut prendre les valeurs 0, 1, et 2.

2.

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,89	0,07	0,04

3. $E(X) = 0 \times 0{,}89 + 1 \times 0{,}07 + 2 \times 0{,}04 = 0{,}15$

17 **1.** $P(X = 4) = 0{,}15$ et $P(X \leq 2) = 0{,}6$
2. $P(X = 4) + P(X = 5) = 0{,}2$

18 **1.** X prend les valeurs entières de 1 à 4.

2. Les valeurs étant prises de façon équiprobable, $P(X = 3) = \frac{1}{4}$.

3.

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

4. $E(X) = \frac{5}{2}$

19 **1.** Si la partie est perdue, le joueur a perdu sa mise de départ : son gain est donc - 1.

S'il gagne 2 € au jeu, son gain réel (prix du ticket déduit) est 1.

S'il gagne 3€ au jeu, son gain réel (prix du ticket déduit) est 2.

2. Il y a 12 boules dans l'urne au total : 5 bleues, 4 rouges et 3 vertes, tirées au hasard dans l'urne. Les probabilités sont donc dans l'ordre $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{12}$ et $\frac{3}{12}$, d'où le résultat.

20 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

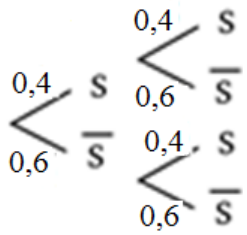
1. L'appel jeu() retourne alors -1.

2. On lance un dé cubique parfait : si le résultat est 1, on gagne 5€ ; si le résultat est 5 ou 6, on gagne 3 € ; sinon, on perd 1€.

3.

g_i	-1	3	5
$P(G = g_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

21 Si l'on appelle S le succès à l'épreuve de Bernoulli qui est répétée deux fois, on obtient l'arbre suivant.



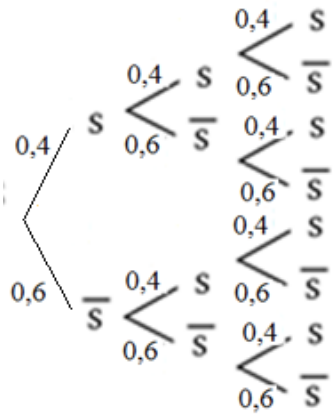
22 $E(Y) = 5 \times 0{,}2 = 1$

23 X suit la loi binomiale de paramètres $n = 2$ et $p = 0{,}2$.

24 **1.** X prend ses valeurs dans $\{0 ; 1 ; 2\}$.
2. $P(X = 2) = 0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}09$

25 **1.** X prend les valeurs 0, 1, 2 et 3.

2.



3. a. Trois chemins permettent d'obtenir deux succès.
b. La probabilité de chacun de ces chemins est $0{,}4^2 \times 0{,}6$.
c. $P(X = 2) = 3 \times 0{,}4^2 \times 0{,}6 = 0{,}288$

26 **1.** On répète trois fois une épreuve de Bernoulli de façon identique et indépendante.

X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès. La probabilité d'obtenir un succès à une épreuve de Bernoulli vaut 0,8.
Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0{,}8$.

2. Trois chemins correspondent à $\{X = 2\}$, la probabilité de chacun de ces chemins vaut $0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}\mathbf{2}$. Donc $P(X = 2) = 3 \times 0{,}8^2 \times 0{,}2 = 0{,}384$.

27 **1.** Réponse **c.**

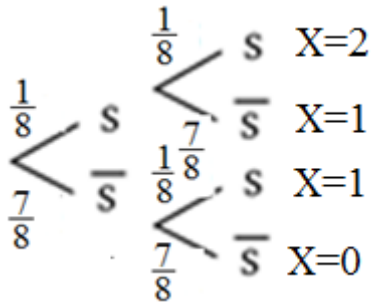
2. Réponse **d.**

28 $P(X = 0) = 0{,}7^3 = 0{,}343$, $P(X = 1) = 3 \times 0{,}3^1 \times 0{,}7^2 = 0{,}441$

et $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}784$.

29 **1.** $P(S) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

2.



3. L'événement $\{X = 1\}$ correspond à deux issues : obtenir un as en premier et pas d'as en deuxième, ou pas d'as en premier et un as ensuite : $P(X = 1) = 2 \times \frac{1}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{32}$.

4. Le tirage d'une carte est une épreuve de Bernoulli dont le succès « obtenir un as » se réalise avec une probabilité égale à $\frac{4}{32} = \frac{1}{8}$. On répète deux fois cette épreuve de Bernoulli de façon identique et indépendante. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès. Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n=2$ et $p=\frac{1}{8}$.

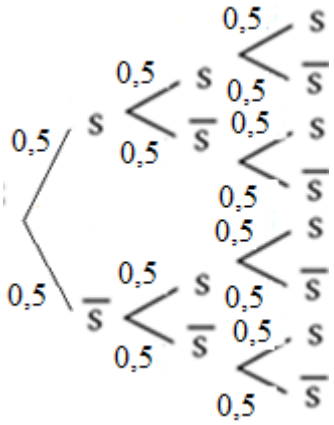
30 Z ne peut pas suivre une loi binomiale : en ne remettant pas le bonbon tiré, on modifie l'univers de l'expérience, donc les tirages ne sont pas réalisés de façon identique et indépendante.

31 **1.** Cette probabilité vaut $\frac{12}{32} = \frac{3}{8}$.

2. Le tirage d'une carte est une épreuve de Bernoulli dont le succès « obtenir une figure » se réalise avec une probabilité égale à $\frac{3}{8}$. On répète cinq fois cette épreuve de Bernoulli de façon identique et indépendante. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès.
Donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{3}{8}$.

32 **1.** Le lancer d'une pièce équilibrée est une épreuve de Bernoulli dont le succès « obtenir Pile » se réalise avec une probabilité égale à 0,5. On répète trois fois cette épreuve de Bernoulli de façon identique et indépendante. Y est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès. Donc Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0{,}5$.

2.



3. $E(Y) = \frac{3}{2}$

33 **1.** Il y a deux multiples de 3 : 3 et 6. Donc la probabilité est $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 2$ et $p = \frac{1}{3}$ et $E(X) = \frac{2}{3}$.

34 Faux : il faut effectuer les tirages avec remise.

35 **1.** Il y a trois chemins de ce type.

2. On note ce nombre $\binom{3}{2}$.

36 $\binom{4}{0} = 1$, $\binom{4}{1} = 4$, $\binom{4}{2} = 6$, $\binom{4}{3} = 4$ et $\binom{4}{4}$=1.

37 **1.** Les nombres manquants sont 10 et 10.
2. Cela signifie que $\binom{5}{2} = 10$ et $\binom{5}{3} = 10$.

38 **1.** $\binom{5}{1} = 5$ et $\binom{5}{4}$ =5.

2. $\binom{100}{1} = 100$ et $\binom{100}{99} = 100$.

39 **1.** Il y a $\binom{5}{2}$ chemins de ce type.

2. $\binom{5}{2} = 10$
3. $P(X = 2) = 10 \times 0{,}3^2 \times 0{,}7^3 = 0{,}3087$

40 **1.** Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0{,}6$.
2. Cette probabilité vaut $0{,}4^2 \times 0{,}6^2$.
3. Il y a $\binom{4}{2} = 6$ chemins de ce type.
4. $P(Y = 2) = 6 \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^2 = 0{,}3456$

41 **1.** L'événement A comporte 5 succès et 3 échecs.
2. Cette probabilité vaut $0{,}5^5 \times 0{,}5^3$.
3. Par définition des coefficients binomiaux $\binom{8}{5}$ est le nombre de chemins comportant 5 succès parmi 8 répétitions d'une même épreuve de Bernoulli dans l'arbre correspondant.
4. $P(A) = \binom{8}{5} \times 0{,}5^5 \times 0{,}5^3 = 56 \times 0{,}5^8 = 0{,}21875$

Pour s'entraîner

42 **1.** $a = 0{,}09$

2. $P(N \geq 3) = 0{,}47$ et $P(N \leq 4) = 0{,}9$.

3. $E(N) = 2{,}37$

Sur un grand nombre de mois, Camille voit entre deux et trois films en moyenne.

43 ***Errata*** *: dans certains manuels, la variable aléatoire N peut parfois être nommée X.*

1. $P(N = 0) = 0{,}05$

2. $P(N \geq 2) = 0{,}9$

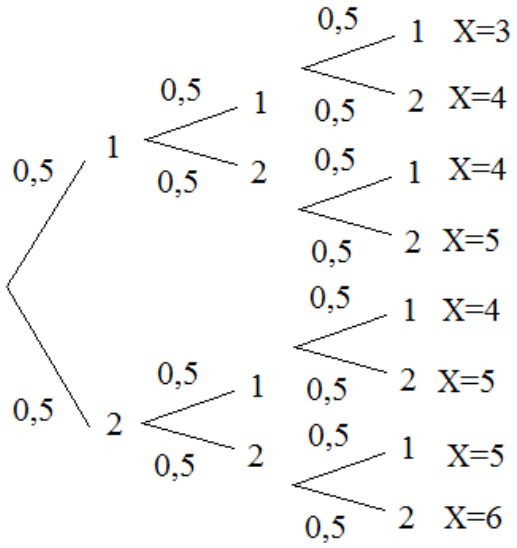
3. $E(N) = \mathbf{3}$. Sur un grand nombre de semaines, Adèle vend trois produits en moyenne.

44 **1.** Vrai : 1 - (0,15 + 0,38 + 0,35 + 0,03) = 0,09.
2. Faux : $P(X \leq 2) = 0{,}88$.
3. Vrai : 1 - 0,15 = 0,85.

45 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

```
def espva(V,P):
    E=0
    for i in range(len(V)):
        E=E+V[i]*P[i]
    return(E)
```

46 **1.**



La loi de probabilité de X est :

x_i	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,125	0,375	0,375	0,125

2. $E(X) = 4{,}5$

3. Le responsable de la chaîne va conserver la machine en l'état.

47 $E(X) = p \times (1-p) + (1-p) \times p = 2p(1-p)$ avec $p \in [0;1]$.

On doit donc résoudre $2p(1-p) = \frac{4}{9}$, ce qui revient à résoudre $p^2 - p + \frac{2}{9} = 0$.

Les valeurs possibles de p sont $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$.

48 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

1. La loi de probabilité de X est :

x_i	-1	5
$P(X = x_i)$	0,8	0,2

2. $E(X) = 0{,}2$. Sur un grand nombre de parties, le joueur gagne en moyenne 0,2 €.
3. Cette formule simule le grattage d'un ticket.
4. Voir le fichier logiciel mis à disposition.
5. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

49 **1.a.** Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont - 3, - 1 et 5.

b. Les issues de l'expérience aléatoire conduisant à la réalisation de l'événement $\{X = 5\}$ sont lorsque le dé prend les valeurs 16, 17, 18, 19 ou 20. Donc $P(X = 5) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

2. La loi de probabilité de X est :

x_i	-3	-1	5
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

3. $E(X) = 0$ donc ce jeu est équitable.

50 **1.** X prend les valeurs entières entre 2 et 8.

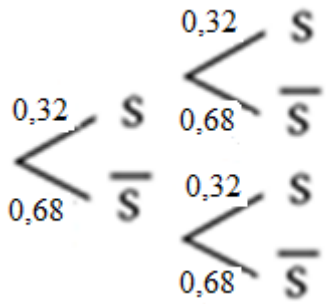
2. La loi de probabilité de X est :

x_i	2	3	4	5	6	7	8
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

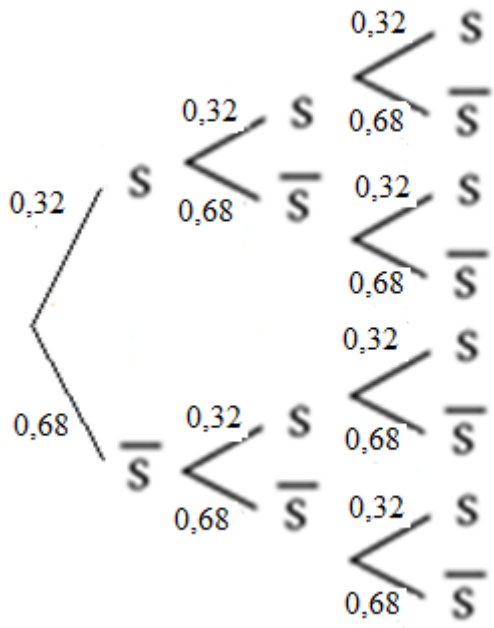
3. La probabilité que la somme des faces soit un nombre pair vaut $\frac{1}{2}$. Le jeu est équilibré.

51 **1. a.** On répète deux fois la même épreuve de Bernoulli de paramètre 0,32 : la loi binomiale associée a pour paramètres $n = 2$ et $p = 0,32$.

b.



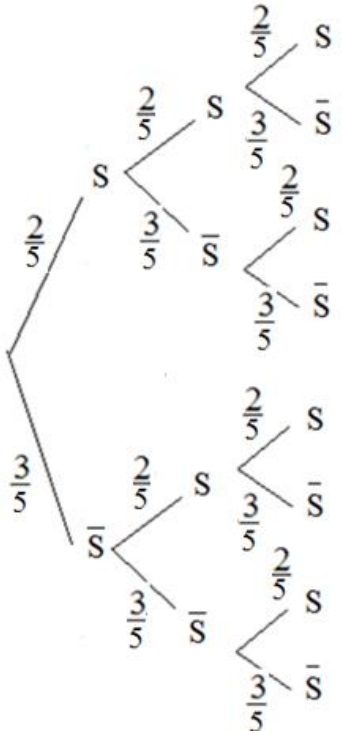
2. On répète trois fois la même épreuve de Bernoulli de paramètre 0,32 : la loi binomiale associée a pour paramètres $n = 3$ et $p = 0,32$.



52 **1.** $P(S) = \frac{2}{5}$

2. On répète trois fois la même épreuve de Bernoulli de paramètre $\frac{2}{5}$: N suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{2}{5}$.

3.



53 Vrai**.** De chaque nœud de l'arbre partent deux branches : une pour le succès et l'autre pour l'échec de l'épreuve de Bernoulli.

54 Oui, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{3}{10}$.

55 Oui, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}43$.

56. Oui, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}71$.

57 **1.** Y ne suit pas une loi binomiale, on ne répète pas une épreuve de Bernoulli un nombre de fois donné.

2. Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 500$ et $p = 0{,}15$.

58 Faux : X prend les valeurs entières entre 0 et 5.

59 X ne suit pas une loi binomiale, on ne répète pas une épreuve de Bernoulli de façon identique puisque l'univers de l'expérience est modifié à chaque fois que l'on mange un fruit.

60 La probabilité d'apparition du 3 n'étant pas la même sur les deux dés, il n'y a pas répétition d'une même épreuve de Bernoulli : X ne suit pas une loi binomiale.

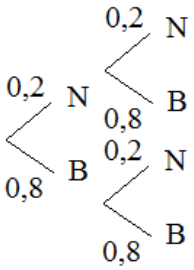
61 **1.** X ne suit pas une loi binomiale, on ne répète pas une épreuve de Bernoulli un nombre de fois donné.

2. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}05$.

62 **1.** On répète deux fois de façon identique et indépendante une épreuve de Bernoulli où le succès « tirer un jeton noir » a pour probabilité 0,2.

X suit la loi binomiale de paramètres $n = 2$ et $p = 0{,}2$.

2.



3. $P(X = 1) = 2 \times 0{,}8 \times 0{,}2 = 0{,}32$

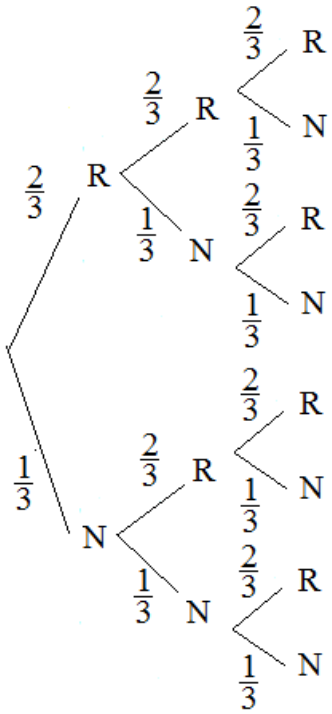
$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}8^2 = 0{,}36$.

63 **1.** $p = \frac{2}{3}$

2. a. On répète trois fois de façon identique et indépendante une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est $\frac{2}{3}$.

Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{2}{3}$.

b.

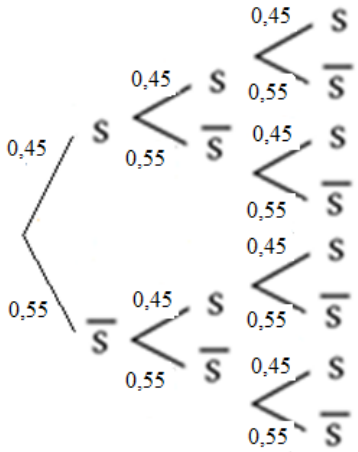


c. $P(Y=2)=3\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$

$P(Y\geq 2)=P(Y=2)+P(Y=3)=\frac{4}{9}+\frac{8}{27}=\frac{20}{27}$

64 **1.** Les joueurs effectuant leurs lancers francs successifs de façon indépendante X suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0{,}45$.

2.

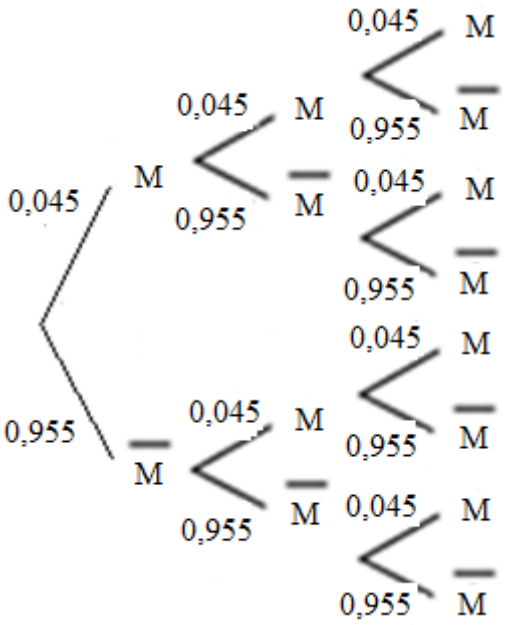


3. $P(X=2)=3\times 0{,}45^2\times 0{,}55\approx 0{,}334$

4. $P(X\leq 2)=1-P(X=3)=1-0{,}45^3\approx 0{,}909$

65 **1.** La taille de l'élevage étant suffisamment importante, les épreuves sont considérées comme étant indépendantes.
M suit la loi binomiale de paramètres n=3 et $p = 0{,}045$.
2. $P(\text{M} = 0) = 0{,}955^3 \approx 0{,}871$

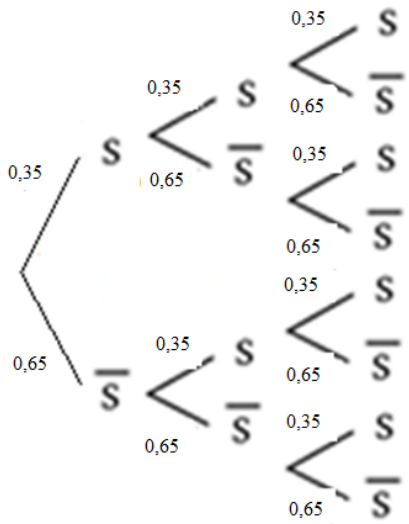
3. a.



b. $P(\text{M} = 1) = 3 \times 0{,}955^2 \times 0{,}045 \approx 0{,}123$

4. $P(\text{M} \geq 1) = 1 - P(\text{M} = 0) = 1 - 0{,}955^3 \approx 0{,}129$

66 **1.** Les pièces étant soufflées de façon indépendante, V suit la loi binomiale de paramètres n = 3 et $p = 0{,}35$.
Par la suite, on appelle S l'événement « le souffleur réussit une pièce ».
2.



3. $P(V = 2) = 3 \times 0{,}35^2 \times 0{,}65 \approx 0{,}239$

4. $P(V \geq 2) = P(V = 2) + P(V = 3) = 3 \times 0{,}35^2 \times 0{,}65 + 0{,}35^2 \approx 0{,}282$

$P(V \leq 2) = 1 - P(V = 3) = 1 - 0{,}35^3 \approx 0{,}957$

67 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

1. L'appel ber() renvoie alors 2.

2.

```
10  def ber(n,p):
11      S=0
12      for k in range(n):
13          a=random()
14          if a<p:
15              S=S+1
16      return(S)
```

68 **1.** Ces coefficients sont situés soit dans la première colonne, soit sur la diagonale du triangle de Pascal. Ils valent tous 1.

2. Ils sont tous situés dans la seconde colonne du triangle de Pascal : leurs valeurs sont, respectivement, 7, 8 et 2020.

69 $\binom{21}{1} = 21$, $\binom{150}{0} = 1$, $\binom{42}{41} = 42$ et $\binom{363}{363} = 1$.

70 **1.** $\binom{5}{3} = 10$, $\binom{6}{2} = 15$, $\binom{7}{3} = 35$ et $\binom{7}{5} = 21$.

2. Dans un arbre pondéré à 9 étages, il y a autant de chemins comportant 4 succès (c'est-à-dire 5 échecs) que de chemins comportant 5 succès (c'est-à-dire 4 échecs).

Donc $\binom{9}{4} = \binom{9}{5} = 126$ d'après le triangle de Pascal.

71 **1.** $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{7}{4} = 35$, $\binom{8}{4} = 70$ et $\binom{8}{5} = 56$.

2. $\binom{15}{1} = 15$, $\binom{23}{22} = 23$ et $\binom{2020}{2019} = 2020$.

72 **1.** $\binom{6}{4} = 15$, $\binom{9}{6} = 84$, $\binom{10}{7} = 120$ et $\binom{10}{8} = 45$.

2. $\binom{16}{15} = 16$, $\binom{39}{1} = 39$ et $\binom{2077}{1} = 2077$.

73 **1.** $\binom{10}{4}$ représente le nombre de chemins comportant exactement 4 succès.

2. Il y a autant de chemins à 4 succès que de chemins à 4 échecs, donc à 6 succès :
$\binom{10}{4} = \binom{10}{6}$.

74 **1.**

1									
1	1								
1	2	1							
1	3	3	1						
1	4	6	4	1					
1	5	10	10	5	1				
1	6	15	20	15	6	1			
1	7	21	35	35	21	7	1		
1	8	28	56	70	56	28	8	1	
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1

2. $\binom{9}{3} = 84$, $\binom{9}{4} = 126$, $\binom{9}{5} = 126$ et $\binom{9}{6} = 84$.

3. On a $\binom{9}{3} = \binom{9}{6}$ et $\binom{9}{4} = \binom{9}{5}$ ce qui est cohérent : le nombre de chemins comportant 4 succès est le même que celui comportant 4 échecs, donc 5 succès ; de même le nombre de chemins comportant 3 succès est le même que celui comportant 3 échecs, donc 6 succès.

75 *Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.*

La formule saisie est **=B3+C3**.

76 **1.**

1								
1	1							
1	2	1						
1	3	3	1					
1	4	6	4	1				
1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1		
1	7	21	35	35	21	7	1	
1	8	28	56	70	56	28	8	1

2. $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$ qui est bien égal à 2^4.

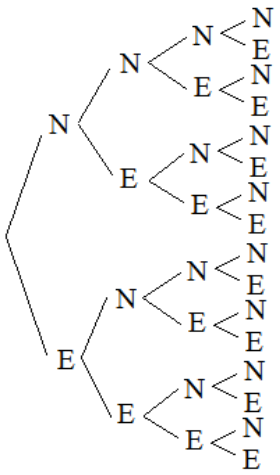
3. Les sommes valent respectivement 32, 64 et 128.
Ce sont les puissances cinquième, sixième et septième de 2.

4. a. Dans un arbre modélisant un schéma de Bernoulli de paramètres *n* et *p*, il y a un total de 2^n chemins.

b. Chaque ligne du triangle de Pascal donne le nombre de chemins ayant *k* succès parmi *n* pour *k* allant de 0 à *n* : leur somme vaut donc 2^n.

77

1. Les chemins possibles sont NNEE, NEEN, EENN, NENE, ENEN, ENNE soit six chemins. Le chauffeur est allé deux fois au Nord.
2. On considère l'arbre ci-contre, représentant une situation binomiale. On veut connaître le nombre de chemins comportant deux fois « N » : cela correspond à $\binom{4}{2} = 6$.
3. Si l'on raisonne de la même façon, il y aura $\binom{6}{3} = 20$ chemins différents.
4. De la même façon, il y aura $\binom{10}{5} = 252$ chemins.



78 **1.** Faux : cela vaut $2n + 2$.

2. Vrai : d'après le cours, il s'agit d'un nombre de chemins.

79 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}5$.

2. Il y en a $\binom{10}{7}$.

3.

1										
1	1									
1	2	1								
1	3	3	1							
1	4	6	4	1						
1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1				
1	7	21	35	35	21	7	1			
1	8	28	56	70	56	28	8	1		
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

4. D'après le triangle de Pascal, $\binom{10}{7} = 120$ donc Max peut constituer 120 équipes différentes pour sa partie de LaserGame.

80 **1.** La probabilité d'un chemin comportant exactement un succès vaut $\frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{243}$.

Il y a $\binom{5}{1} = 5$ chemins de ce type. Donc $P(X = 1) = 5 \times \frac{16}{243} = \frac{80}{243}$.

De même, on trouve $P(X = 2) = 10 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{80}{243}$.

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \left(\frac{2}{3}\right)^5 + \frac{80}{243} + \frac{80}{243} = \frac{192}{243}$$

2. La probabilité d'un chemin comportant exactement dix-neuf succès vaut $0{,}2 \times 0{,}8^{19}$.

Il y a $\binom{20}{19} = 20$ chemins de ce type. Donc $P(Y = 19) = 20 \times 0{,}2 \times 0{,}8^{19} \approx 0{,}057\mathbf{6}$.

81 **1.** $P(X = 0) = 0{,}9^{25}$ et $P(X = 1) = 25 \times 0{,}1 \times 0{,}9^{24}$

2. $P(X = 0) \approx 0{,}0718$ et $P(X = 1) \approx 0{,}1994$

82 **1.a.** $P(X = 0) = 0{,}9^{18}$ et $P(X = 1) = 18 \times 0{,}1 \times 0{,}9^{17}$.

b. $P(X \geq 2) = 1 - \big(P(X = 0) + P(X = 1)\big) = 1 - (0{,}9^{18} + 18 \times 0{,}1 \times 0{,}9^{17})$

2. $P(X = 0) \approx 0{,}150$, $P(X = 1) \approx 0{,}300$ et $P(X \geq 2) \approx 0{,}550$.

83 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}8$.

2. Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{5}{3} = 10$ chemins comportant exactement 3 succès. $P(X = 3) = 10 \times 0{,}8^3 \times 0{,}2^2 = 0{,}2048$.

3. $E(X) = 4$: si Eva joue un grand nombre de fois 5 fois de suite, elle passera en moyenne quatre fois le niveau 7 au cours d'une session de jeu.

4. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}2^5 = 0{,}99968$

84 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0{,}2$.

2. Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{15}{1} = 15$ chemins comportant exactement un succès. $P(X = 1) = 15 \times 0{,}2 \times 0{,}8^{14} \approx 0{,}1319$.

3. $E(X) = 3$: si on considère un grand nombre de lots de 15 chiots, environ 3 chiots en moyenne présenteront de fortes réactions au vaccin.

4. $P(X \geq 2) = 1 - \big(P(X = 0) + P(X = 1)\big) = 1 - (0{,}8^{15} + 15 \times 0{,}2 \times 0{,}8^{14}) \approx 0{,}833$

85 **a.** Faux : $P(X = 0) = (1 - p)^{10}$.

b. Faux : $P(X = 9) = 10p^9(1 - p)$.

86 **1.** Le fait qu'un fruit présente un défaut d'aspect n'a pas d'influence sur les autres :

X suit la loi binomiale de paramètres n=10 et p=0,05.

2. Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{10}{4} = 210$ chemins comportant exactement 4 succès.

$P(X = 4) = 210 \times 0{,}05^4 \times 0{,}95^6 \approx 0{,}001$

3. $E(X) = 0{,}5$: si on considère un grand nombre de lots de 10 fruits, il y aura entre 0 et 1 fruit présentant un défaut d'aspect par lot en moyenne.

4. $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$. Or $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

On a : $P(X = 0) = 0{,}95^{10}$, $P(X = 1) = 10 \times 0{,}05 \times 0{,}95^9$ et

$P(X = 2) = 45 \times 0{,}05^2 \times 0{,}95^8$ car $\binom{10}{2} = 45$.

Ainsi $P(X > 2) \approx 0{,}012$.

87 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 300$ et $p = 0{,}97$.

2. $E(X) = 291$: si on considère un grand nombre de conteneurs de 300 unités, environ 291 appareils en moyenne seront conformes.

3. $P(X \geq 299) = P(X = 299) + P(X = 300) = 300 \times 0{,}03 \times 0{,}97^{299} + 0{,}97^{300} \approx 0{,}001$

88 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 14$ et $p = 0{,}5$.

2. $P(X = 13) = 14 \times 0{,}5^{13} \times 0{,}5^{1} \approx 9 \times 10^{-4}$ car $\binom{14}{13} = 14$.

$P(X \geq 13) = P(X = 13) + P(X = 14) = 14 \times 0{,}5^{13} \times 0{,}5^{1} + 0{,}5^{14} \approx 9 \times 10^{-4}$

89 Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{10}{4} = 210$ chemins comportant exactement 4 succès. $P(A) = 210 \times 0{,}41^{4} \times 0{,}59^{6} \approx 0{,}2503$.

$P(B) = 0{,}59^{10} + 10 \times 0{,}41^{1} \times 0{,}59^{9} + 45 \times 0{,}41^{2} \times 0{,}59^{8} + 120 \times 0{,}41^{3} \times 0{,}59^{7}$

$\approx 0{,}3575$

90 Soit S la variable aléatoire comptant le nombre de sauts réussis.

S suit la loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = 0{,}7$. Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{6}{5} = 6$ chemins comportant exactement 5 succès.

$P(S = 5) = 6 \times 0{,}7^{5} \times 0{,}3^{1} \approx 0{,}303$

91 **1.** Le fait joueur réussisse ou non ses deux lancers francs successifs n'a pas d'influence sur les autres : X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}45$.

2. Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{5}{2} = 10$ chemins comportant exactement 2 succès.

$P(X = 2) = 10 \times 0{,}45^{2} \times 0{,}55^{3} \approx 0{,}337$

3. $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

On a : $P(X = 0) = 0{,}55^{5}$, $P(X = 1) = 5 \times 0{,}45 \times 0{,}55^{4}$ et

$P(X = 2) = 10 \times 0{,}45^{2} \times 0{,}55^{3}$ d'après la question **2.**

Ainsi $P(X \leq 2) \approx 0{,}593$.

92 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0{,}71$.

2. Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{5}{3} = 10$ chemins comportant exactement 3 succès.

$P(X = 3) = 10 \times 0{,}71^3 \times 0{,}29^2 \approx 0{,}301$

Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{5}{4} = 5$ chemins comportant exactement 4 succès. $P(X = 4) = 5 \times 0{,}71^4 \times 0{,}29^1 \approx 0{,}368$.

Donc $P(3 \leq X \leq 4) = P(X = 3) + P(X = 4) \approx 0{,}669$.

93 Soit M la variable aléatoire qui, à un échantillon de 200 individus, associe le nombre d'individus porteurs de cette maladie.

M suit la loi binomiale de paramètres $n = 200$ et $p = 0{,}03$.

$P(M = 0) = 0{,}97^{200} \approx 0{,}002$ et $P(M = 1) = 200 \times 0{,}03 \times 0{,}97^{199} \approx 0{,}014$

$$P(M \geq 2) = 1 - \big(P(M = 0) + P(M = 1)\big) = 1 - (0{,}97^{200} + 200 \times 0{,}03 \times 0{,}97^{199}) \approx 0{,}984$$

94 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}95$.

2. $P(X = 50) = 0{,}95^{50} \approx 0{,}077$

3. $P(X = 49) + P(X = 50) = 50 \times 0{,}05 \times 0{,}95^{49} + 0{,}95^{50} \approx 0{,}279$

95 **1.** Soit X la variable aléatoire qui, à une heure donnée, associe le nombre de personnes qui souscrivent au nouveau forfait : X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}12$.

Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{10}{3} = 120$ chemins comportant exactement 3 succès.

$P(X = 3) = 120 \times 0{,}12^3 \times 0{,}88^7 \approx 0{,}08$

2. $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}88^{10} \approx 0{,}7215$

96 **1.** Soit X la variable aléatoire qui, à un groupe de 7 clients qui entre dans le magasin, associe le nombre de personnes qui achètent un ordinateur reconditionné : X suit la loi binomiale de paramètres $n = 7$ et $p = 0{,}2$.

On a $P(X = 0) = 0{,}8^7$.

Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a :

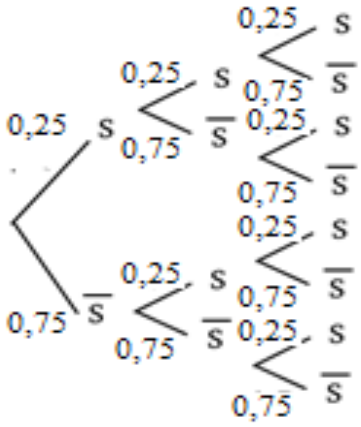
$\binom{7}{1} = 7$ chemins comportant exactement 1 succès. $P(X = 1) = 7 \times 0{,}2^1 \times 0{,}8^6$

$\binom{7}{2} = 21$ chemins comportant exactement 2 succès. $P(X = 2) = 21 \times 0{,}2^2 \times 0{,}8^5$

$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}851968$

2. $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 0{,}148032$.

97 **1.** Soit S l'événement « le candidat répond juste à la question ». On a :



2. Dans l'arbre illustrant cette situation binomiale, il y a $\binom{3}{2} = 3$ chemins comportant exactement 2 succès. $P(X = 2) = 3 \times 0{,}25^2 \times 0{,}75^1 \approx 0{,}141$.

3.a. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 6$ et $p = 0{,}25$.

b.

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

c. On a : $P(X = 0) = 0{,}75^6$,

$P(X = 1) = 6 \times 0{,}25 \times 0{,}75^5$,

$P(X = 2) = 15 \times 0{,}25^2 \times 0{,}75^4$,

$P(X = 3) = 20 \times 0{,}25^3 \times 0{,}75^3$,

$P(X = 4) = 15 \times 0{,}25^4 \times 0{,}75^2$,

$P(X = 5) = 6 \times 0{,}25^5 \times 0{,}75$

et $P(X = 6) = 0{,}25^6$.

On obtient la loi de probabilité suivante avec des probabilités à 0,0001 près :

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,1780	0,3560	0,2966	0,1318	0,0330	0,0044	0,0002

d. $P(X \geq 3) \approx 0{,}1694$

Pour travailler en autonomie

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles dans le manuel numérique enseignant, le manuel numérique élève et le site élève lycee.editions-bordas.fr.

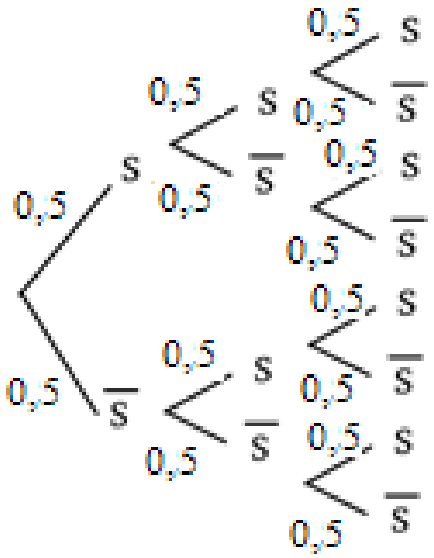
98 **1.** Réponse **c.**
2. Réponse **b.**

99 **1.** $P(X = 2) = \frac{1}{4}$
2.

y_i	-2	0	3
$P(Y = y_i)$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{1}{4}$

3. $E(Y) = -\frac{1}{12}$
Le jeu est en défaveur du joueur : en jouant un grand nombre de parties, il perd $\frac{1}{12}$ € en moyenne par partie.

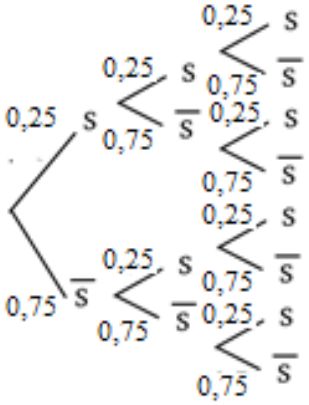
100 **1.** F suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0{,}5$.
2. Soit S l'événement « obtenir une fille ». On a :



101 **1.** La population finlandaise étant très grande devant la taille de l'échantillon, on assimile le tirage à un tirage avec remise. Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 200$ et $p = 0{,}89$.
2. $E(Y) = 178$.

102 **1.** Faux
2. Vrai

103 **1.** $\frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}25$
2. a. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 3$ et $p = 0{,}25$.
b. Soit S le succès : « obtenir un trèfle ». On a :



c. $P(X = 0) = 0{,}75^3 \approx 0{,}42$ à 10^{-2} près.
$P(X = 1) = 3 \times 0{,}25 \times 0{,}75^2 \approx 0{,}42$ à 10^{-2} près.
$P(X \geq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) \approx 0{,}16$ à 10^{-2} près.

104
1.

1										
1	1									
1	2	1								
1	3	3	1							
1	4	6	4	1						
1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1				
1	7	21	35	35	21	7	1			
1	8	28	56	70	56	28	8	1		
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

2. $\binom{10}{3} = 120$ et $\binom{10}{4} = 210$.
3. $\binom{11}{4} = 330$

105 **1.** $\binom{7}{2} = 21$, $\binom{8}{3} = 56$, $\binom{9}{7} = 36$ et $\binom{10}{6} = 210$.
2. $\binom{40}{39} = 40$, $\binom{17}{0} = 1$ et $\binom{143}{142} = 143$.

106 **1. a.** $P(X = 29) = 30 \times 0{,}85^{29} \times 0{,}15^1$
$P(X = 30) = 0{,}85^{30}$
b. $P(X < 29) = 1 - [30 \times 0{,}85^{29} \times 0{,}15^1 + 1 \times 0{,}85^{30} \times 0{,}15^0]$
2. $P(X = 29) \approx 0{,}040$, $P(X = 30) \approx 0{,}008$ et $P(X < 29) \approx 0{,}952$.

107 **1.** Réponse **c.**
2. Réponse **d.**
3. Réponse **c.**

108 **1.** X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}3$.
2. $P(X = 4) \approx 0{,}20$
3. $P(3 \leq X \leq 7) \approx 0{,}62$
4. 3 enfants en moyenne.

Pour aller plus loin

109 **1.**

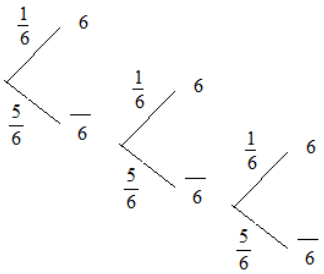
```
1   from random import *
2   def simul():
3       a=0
4       if randint(1,6)==6:
5           a=1
6       else:
7           if randint(1,6)==6:
8               a=2
9           else:
10              a=3
11      return(a)
```

2.

```
13  def plus_simul(N):
14      acc=0
15      for i in range(N):
16          acc=acc+simul()
17      return(acc/float(N))
```

3. On obtient une valeur proche de 2,5.

4.



a_i	1	2	3
$P(A = a_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{150}{216}$

$$E(A) = \frac{91}{36}$$

5. L'espérance est d'environ 2,53, ce qui est cohérent avec le résultat de la question **3.**

110 **1.** Les valeurs prises par X sont 950, 1050, 1 100 et 1 200.

2.

x_i	950	1050	1100	1200
$P(X = x_i)$	0,9	0,04	0,02	0,04

3. $E(X) = 967$. Il s'agit du coût moyen par ordinateur, une fois que l'on tient compte de la prise en charge des défauts garantis.

4. Il doit vendre ses ordinateurs 1 067 € pièce au détaillant s'il veut faire un bénéfice moyen d'environ 100 € par ordinateur.

111 **1.**

g_i	1	12	-4
$P(G = g_i)$	$\left(\frac{n}{n+1}\right)^2$	$\frac{1}{(n+1)^2}$	$\frac{2n}{(n+1)^2}$

2. $E(G) = \frac{n^2-8n+12}{(n+1)^2}$

3.a. $2^2 - 8 \times 2 + 12 = 0$ donc $E(G) = 0$ lorsque $n = 2$.

b. Lorsque $n = 2$ et $n = 6$, car $n^2 - 8n + 12 = (n-2)(n-6)$.

c. Lorsque $E(G) < 0$, soit pour $n = 3$, $n = 4$ et $n = 5$.

112 **1.** S suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}25$.

2. L'événement $\{S \geq 9\}$ est la réunion des événements $\{S = 9\}$ et $\{S = 10\}$.

Or $P(S = 9) = 10 \times 0{,}25^9 \times 0{,}75^1 \approx 2{,}9 \times 10^{-5}$ et $P(S = 10) = 0{,}25^{10} \approx 9{,}5 \times 10^{-7}$, donc $P(S \geq 9) \approx 3 \times 10^{-5}$.

3. $E(S) = 2{,}5$

Sur un grand nombre de quizz, Sven aura entre deux et trois réponses justes en moyenne.

4. S suit alors la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}69$.

$$P(6 \leq X \leq 8) = 210 \times 0{,}69^6 \times 0{,}31^4 + 120 \times 0{,}69^7 \times 0{,}31^3 + 45 \times 0{,}69^8 \times 0{,}31^2$$
$$\approx 0{,}698$$

113 **1.a.** $0{,}3^4 = 0{,}0081$

b. Cette probabilité vaut 1 - 0,0081 = 0,9919.

2.a. $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}3^n$

b. On doit résoudre $1 - 0{,}3^n \geq 0{,}999$, soit $0{,}3^n \leq 0{,}001$, soit $n \times \log(0{,}3) \leq \log(0{,}001)$, soit $n \geq \frac{\log(0{,}001)}{\log(0{,}3)}$, soit à partir de $n = 6$.

Travaux pratiques

TP1 Générer un triangle de Pascal de taille *n* donnée

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

Partie A

1. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

2. Ces coefficients valent tous 1.

3. Ces coefficients valent tous 0.

4. Ces coefficients valent tous 1.

5. a. $\binom{1}{0} + \binom{1}{1} = \binom{2}{1}$.

b. La formule à saisir est `=B3+C3`.

6. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

Partie B

1. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

2. $\binom{15}{10} = 3003$ et $\binom{20}{17} = 1\,140$.

3. $\binom{14}{7} = 3432$, $\binom{19}{6} = \binom{19}{13} = 27132$ et $\binom{20}{8} = \binom{20}{12} = 125\,970$.

Partie C

1. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

2. a. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

b. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

c. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

TP2 Représenter la loi de probabilité de la loi binomiale de paramètres *n* et *p*

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

Partie A

1. a. Cette formule permet de simuler une épreuve de Bernoulli dans une cellule.

b. On a simulé 100 fois l'épreuve de Bernoulli considérée.

c. On obtient le nombre de succès parmi les 100 simulations de l'épreuve de Bernoulli.

2. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

3. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

4. Cette formule permet d'afficher la fréquence d'apparition du nombre de succès indiqué dans la cellule **GT2**, c'est-à-dire 0.

5. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

6. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

Partie B

1. R suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}68$.

2. Cette formule retourne la probabilité $P(R = 0)$, car il y a 0 dans la cellule **GT2**.

3. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

4. On constate que si l'on réalise un grand nombre de simulations comme dans la partie **A**, le graphique moyen obtenu ressemble à celui de la loi binomiale tracé dans la partie **B.**

TP3 Calculer l'espérance d'une variable aléatoire

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

Partie A

1. On peut saisir la formule `=SOMME(B2:L2)` et vérifier que le résultat vaut 1.

2. On peut saisir la formule `=SOMMEPROD(B1:L1 ;B2:L2)` dans la cellule **B3**.

3. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

Partie B

1. 2. 3. et **4.**

```
1    def espva(V,P):
2        E=0
3        for i in range(len(V)):
4            E=E+V[i]*P[i]
5        return(E)
```

5. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

TP4 Représenter graphiquement l'espérance des lois binomiales

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

2. Il s'agit de la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}1$.

3. On obtient les neuf lois binomiales de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}1k$, k allant de 1 à 9.

4. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

5. a. Ces points sont alignés.

b. L'espérance E étant en ordonnées, et la probabilité p en abscisses, il existe deux réels a et b tels que l'équation réduite de la droite passant par tous ces points soit de la forme $E = ap + b$.

c. $a = 10$ et $b = 0$.

6. a. Voir le fichier logiciel mis à disposition.

b. On trouve $E = 20p$, puis $E = 50p$.

c. On retrouve la formule du cours :

Lorsque X suit la loi binomiale de paramètres n et p, alors $E(X) = np$.

Cap vers le Bac

Automatismes

1. f est croissante sur $\mathbb{R}$.

2. 110 €

3. 80 €

4. a. La suite (u_n) est une suite arithmétique.

b. $u_{11} = 13\,800$

5. a. $420\,000\ dm$

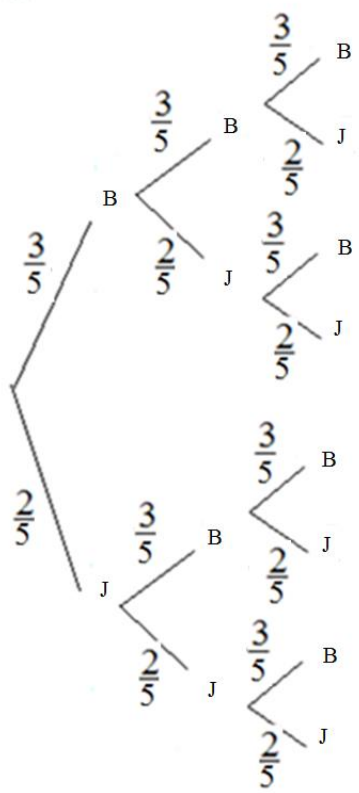
b. $0{,}001\ m^3$

6. $y = x + 4$

7.a. $a = \frac{1}{8}$

b. $E(A) = \frac{295}{16}$

8.



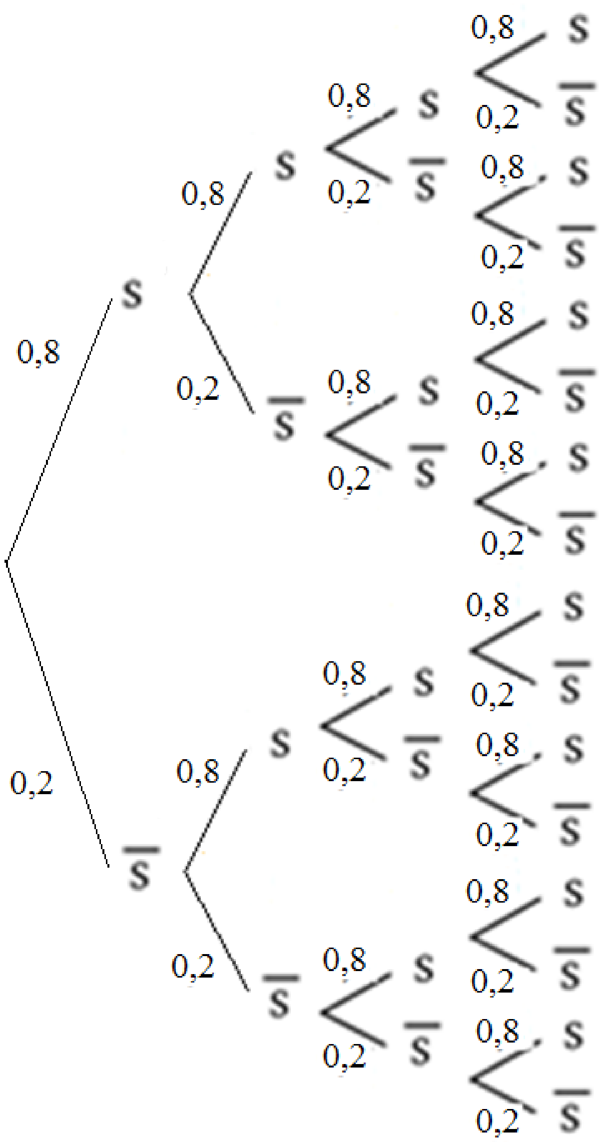
© Bordas

Sujet A

1.a. X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}8$.

b. Il doit tirer 15 fois.

2.a. Soit S le succès : « le tireur atteint la cible ».



b. $P(X = 3) = 4 \times 0{,}8^3 \times 0{,}2^1 = 0{,}4096$ et $P(X = 4) = 0{,}8^4 = 0{,}4096$.

c. $P(X \leq 2) = 1 - \big(P(X = 3) + P(X = 4)\big) = 0{,}1808$

3. a. A prend les valeurs -10, -5, 5 et 10.

b. X suit alors la loi binomiale de paramètres $n = 8$ et $p = 0{,}8$.

$P(A = -10) = P(X = 0) = 0{,}2^8 = 2{,}56 \times 10^{-6}$

$P(A = 10) = P(X = 8) = 0{,}8^8 \approx 0{,}168$

c.

1								
1	1							
1	2	1						
1	3	3	1					
1	4	6	4	1				
1	5	10	10	5	1			
1	6	15	20	15	6	1		
1	7	21	35	35	21	7	1	
1	8	28	56	70	56	28	8	1

d. $\binom{8}{4} = 70$, $\binom{8}{5} = 56$ et $\binom{8}{6} = 28$.

e. $P(X = 4) = 70 \times 0{,}8^4 \times 0{,}2^4 \approx 0{,}046$, $P(X = 5) = 56 \times 0{,}8^5 \times 0{,}2^3 \approx 0{,}147$, $P(X = 6) = 28 \times 0{,}8^6 \times 0{,}2^2 \approx 0{,}294$ et $P(X = 7) = 8 \times 0{,}8^7 \times 0{,}2^1 \approx 0{,}336$.

f. $P(4 \leq X \leq 7) \approx 0{,}82$

g. Attention, les probabilités sont données à 10^{-2} près :

a_i	-10	-5	5	10
$P(A = a_i)$	0	0,01	0,82	0,17

h. $E(A) = 5{,}75$: si Antonin et Joseph font un grand nombre de paris, Antonin gagne en moyenne 5,75€ par partie.

Sujet B

1. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}75$.

2. $P(X = 9) = 10 \times 0{,}75^9 \times 0{,}25^1 \approx 0{,}188$ et $P(X = 10) = 0{,}75^{10} \approx 0{,}056$.

3. $P(X \leq 8) = 1 - (P(X = 9) + P(X = 10)) \approx 0{,}756$

4. $E(X) = 7{,}5$: lorsque l'on considère un grand nombre de tiges métalliques, entre 7 et 8 tiges sont conformes en moyenne sur un lot de 10.

Sujet C

1.

y_i	0	1	3
$P(Y = y_i)$	0,1	0,6	0,3

2. $E(Y) = 1{,}5$: lorsque l'on considère un grand nombre d'ampoules, le prix moyen de vente d'une ampoule au détaillant est de 1,5 €.

3. Son bénéfice moyen est d'1 € par ampoule.

Sujet D

1. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 80$ et $p = 0{,}05$.

2. $P(X = 0) = 0{,}95^{80} \approx 0{,}017$ et $P(X = 1) = 80 \times 0{,}05 \times 0{,}95^{79} \approx 0{,}07$.

3. Soit Y la variable aléatoire qui, à un lot de dix cellules, associe le nombre de cellules encore en fonctionnement au bout de 10 ans.

Y suit alors la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}7$.

$P(6 \leq Y \leq 8) = 210 \times 0{,}7^6 \times 0{,}3^4 + 120 \times 0{,}7^7 \times 0{,}3^3 + 45 \times 0{,}7^8 \times 0{,}3^2 \approx 0{,}7$

Sujet E

1. Réponse **c.**

2. Réponse **b.**
3. Réponse **c.**
4. a. $0{,}7^3$
b. 0,216

Sujet F

1. Faux**,** car $E(X) = -0{,}05$.

2. Faux**,** cette probabilité vaut 0,65625.

3. Vrai**,** car $\binom{7}{5} = 21$.

4. Vrai**,** car $P(Z = 8) \approx 0{,}06$ et $P(Z = 9) \approx 0{,}01$.

Revoir des points essentiels

Les corrigés détaillés de ces exercices sont disponibles sur le site élève lycee.editions-bordas.fr.

114

y_i	-2	3	5
$P(Y = y_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

115

z_i	3	4	5
$P(Z = z_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$

116 $P(X = 5) = 6 \times 0{,}51^5 \times 0{,}49^1 \approx 0{,}10$ à 10^{-2} près et $P(X = 3) = 20 \times 0{,}51^3 \times 0{,}49^3 \approx 0{,}31$ à 10^{-2} près.

117 $P(X = 1) = 20 \times 0{,}15^1 \times 0{,}85^{19} \approx 0{,}14$ à 10^{-2} près et $P(X = 19) = 20 \times 0{,}15^{19} \times 0{,}85^1 \approx 4 \times 10^{-15}$ à 10^{-16} près.

Thème A
Marches aléatoires

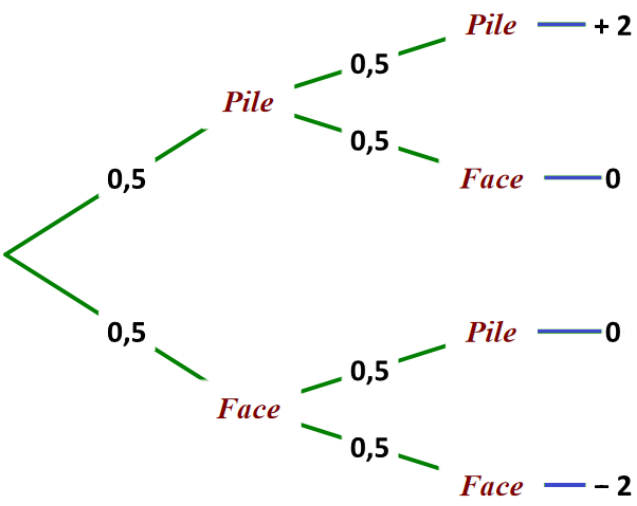
Les trois problèmes de ce thème présentent différents types de marches aléatoires.
Ils permettent aux élèves de réaliser plusieurs types de simulation comme la programmation en Python, l'utilisation d'un tableur ou bien la réalisation de schémas.

Problème 1. Retour à l'origine

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. Avec un seul déplacement, $S_1 = -1$ ou $S_1 = 1$.
Dans les deux cas, $P(D_1) = 0$.

2.



Les valeurs possibles de S_2 sont – 2, 0 ou 2.

De plus, $P(D_2) = 0{,}5$.

3. a.

```
3  def trajet(n):
4      s = 0
5      for k in range(1, n+1):
6          lancer = randint(0, 1)
7          if lancer == 1:
8              s = s+1
9          else:
10             s = s-1
11     return(s)
```

b. Voici quelques exemples d'appels dans la console Python :

```
>>> trajet(1)
-1
>>> trajet(1)
1
>>> trajet(1)
1
```

```
>>> trajet(2)
0
>>> trajet(2)
2
>>> trajet(2)
-2
```

4. a. On peut définir une nouvelle fonction :

```
17 def plusieurs_trajets(n, p):
18 # n nombre de deplacements dans un trajet
19 # p nombre de trajets
20     d = 0
21     for k in range(1, p+1):
22         if trajet(n) == 0:
23             d = d+1
24     return(d/p)
```

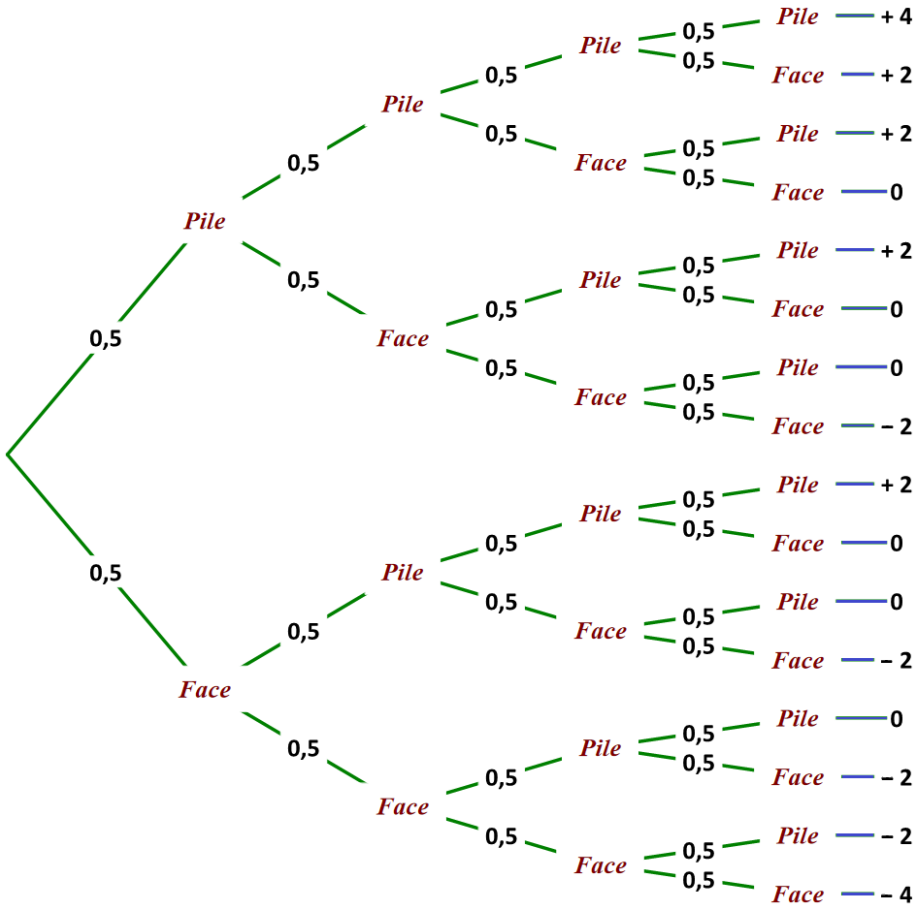
b. $P(D_n) = 0$ car on ne peut pas revenir sur la case départ après un nombre impair de déplacements.

5. a. Les valeurs obtenues sont arrondies à 10^{-3} près si besoin.

Nombre d'essais	100	500	1000	5 000	100 000
Fréquence de D_4	0,32	0,36	0,356	0,381	0,373

On peut estimer $P(D_4) \approx 0{,}38$.

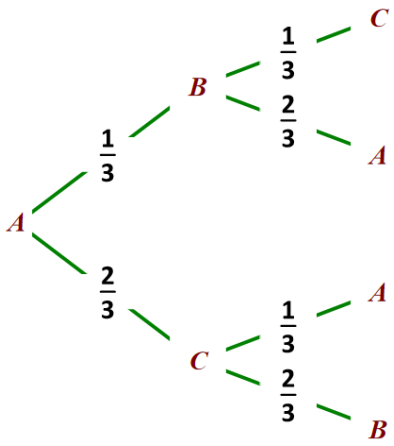
b. $S_4 = 0$ lorsqu'il y a eu 2 « Pile » et 2 « Face ». Ainsi $P(D_4) = \frac{6}{16} = 0{,}375$.



6. a. $P(D_6) \approx 0{,}313$; $P(D_8) \approx 0{,}273$; $P(D_{10}) \approx 0{,}246$; $P(D_{12}) \approx 0{,}226$, etc.
b. Si n augmente en restant pair, alors $P(D_n)$ diminue et se rapproche de 0.

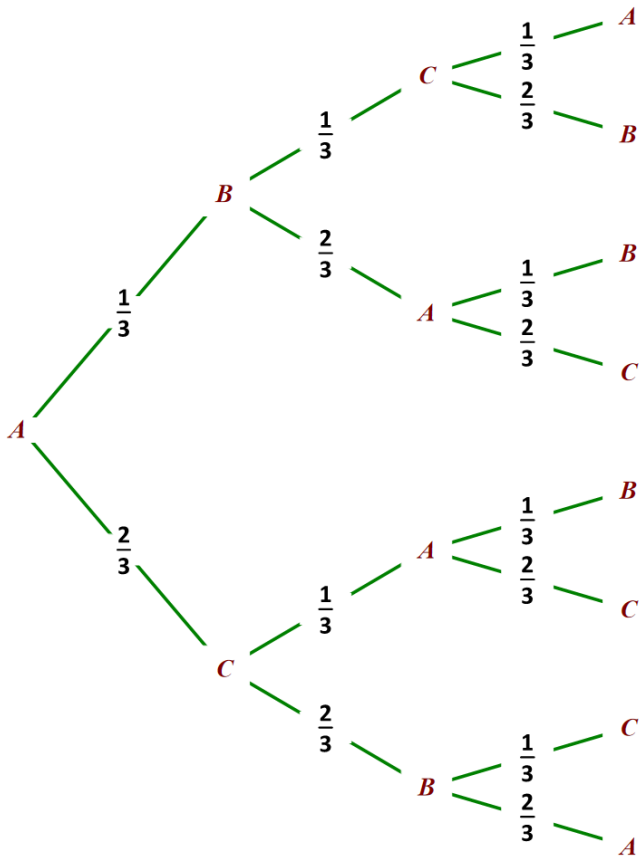
Problème 2. Déplacement d'une coccinelle

1. a.



b. La probabilité recherchée est $p = \frac{5}{9}$.

2.



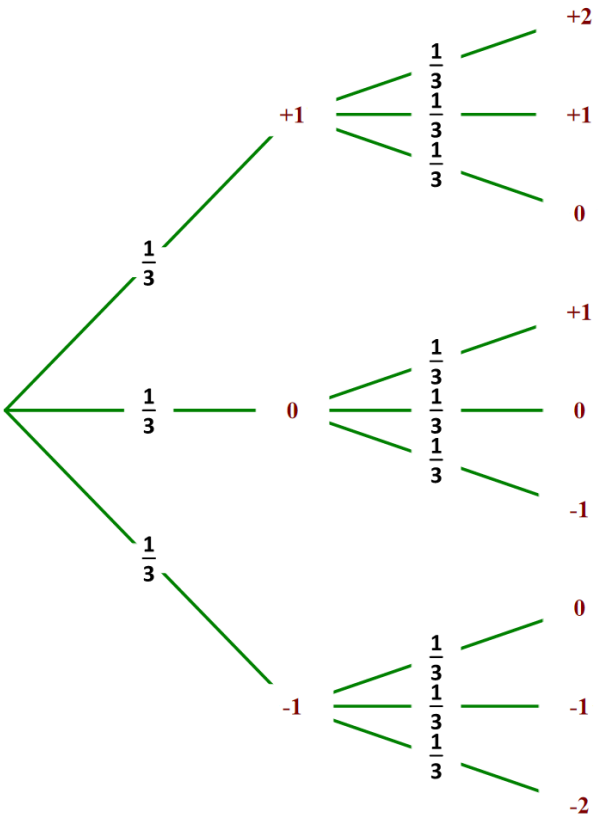
La probabilité recherchée est $p = \frac{7}{9}$.

Ainsi, la probabilité d'aller au moins une fois sur chacun des trois sommets est plus importante au bout de trois déplacements qu'au bout de deux déplacements.

Problème 3. Marche en deux dimensions

Des fichiers logiciels sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1.



La probabilité que le drone soit toujours dans le couloir aérien au bout de 2 mètres est $\frac{7}{9}$.

2. $a_0 = 0$, $b_0 = 1$ et $c_0 = 0$.

3. $a_1 = \frac{1}{3}$, $b_1 = \frac{1}{3}$ et $c_1 = \frac{1}{3}$.

$a_2 = \frac{2}{9}$, $b_2 = \frac{1}{3}$ et $c_2 = \frac{2}{9}$.

Par suite, $a_2 + b_2 + c_2 = \frac{7}{9}$.

4. a.

	A	B	C	D
1	n	a_n	b_n	c_n
2	0	0	1	0
3	1	0,33333333	0,33333333	0,33333333
4	2	0,22222222	0,33333333	0,22222222
5	3	0,18518519	0,25925926	0,18518519
6	4	0,14814815	0,20987654	0,14814815
7	5	0,11934156	0,16872428	0,11934156

b. $a_5 \approx 0{,}119$, $b_5 \approx 0{,}169$ et $c_5 \approx 0{,}119$. Par suite, $a_5 + b_5 + c_5 \approx 0{,}407$.

THÈME B
Optimisation linéaire et régionnement du plan

Ce thème B concerne l'optimisation linéaire et le régionnement du plan.
Le premier problème a pour objectif d'introduire, à partir d'un exemple classique :

- la traduction des contraintes ;
- le régionnement du plan.

Les problèmes 2 et 3, introduisent une méthode possible (graphique) pour résoudre des questions d'optimisation.

Problème 1. Régionnement du plan

Partie A. Traduction des contraintes

On note x le nombre de pantalons du modèle A et y le nombre de pantalons du modèle B fabriqués par semaine.

1. a. La longueur (en mètres) de tissu utilisé pour fabriquer x pantalons du modèle A et y pantalons du modèle B est $x + 1{,}5y$.

b. La couturière dispose de 15 mètres de tissu donc $x + 1{,}5y \leq 15$.

2. Le temps nécessaire (en heures) pour fabriquer x pantalons du modèle A et y pantalons du modèle B est $4x + 2y$.

La couturière travaille au maximum 40 heures donc $4x + 2y \leq 40$.

3. $x + 1{,}5y \leq 15$ équivaut à $y \leq 10 - \frac{2}{3}x$.
$4x + 2y \leq 40$ équivaut à $y \leq 20 - 2x$.

De plus, x et y sont des entiers naturels, donc les productions hebdomadaires de la couturière sont les couples d'entiers (x ; y) solutions du système (S) : $\begin{cases} x \geq 0 \text{ et } y \geq 0 \\ y \leq 10 - \frac{2}{3}x \\ y \leq 20 - 2x \end{cases}$.

Partie B. Représentation graphique

1. La droite D_1 passe par les points de coordonnées (0 ; 10) et (15 ; 0).
La droite D_2 passe par les points de coordonnées (0 ; 20) et (10 ; 0).

2. a. Le demi-plan à gauche de l'axe des ordonnées est l'ensemble des points dont l'abscisse est négative : il ne convient pas puisque l'on doit avoir $x \geq 0$.

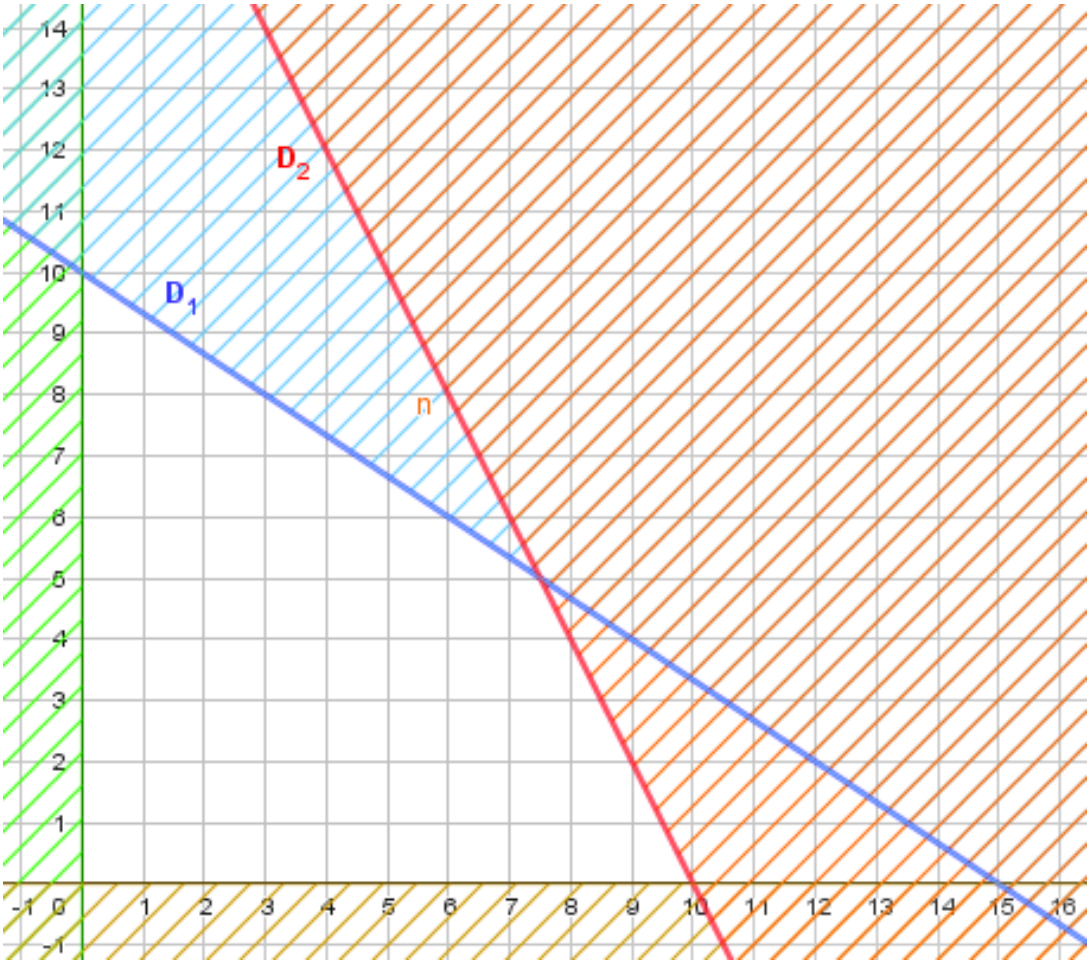
Le demi-plan au-dessous de l'axe des abscisses est l'ensemble des points dont l'ordonnée est négative : il ne convient pas puisque l'on doit avoir $y \geq 0$.

b. Ce demi-plan contient le point de coordonnées (3 ; 2) car $10 - \frac{2}{3} \times 3 = 8$ et $2 \leq 8$.

On hachure le demi-plan qui ne convient pas et donc celui qui ne contient pas le point de coordonnées (3 ; 2).

c. Le demi-plan qui contient les points dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ vérifient l'inégalité $y \leq 20 - 2x$ est le demi-plan de frontière D_2 qui contient le point de coordonnées (3 ; 2) car $2 \leq 20 - 2 \times 3$.

3. L'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ sont solutions du système (S) est la partie non hachurée, frontières comprises.



Problème 2. Optimisation sous contraintes

Soit N le nombre total de rats que peut contenir la cage.

1. Il y a x rats mâles et y rats femelles et au total N rats donc $x + y = N$.

2. On note D la droite d'équation $y = -x + N$ avec N entier compris entre 0 et 300.

À l'aide du fichier GeoGebra fourni :

a. Il n'est pas possible d'avoir 300 rats dans la cage car aucun point de la droite $y = -x + 300$ n'est dans la partie colorée en vert ;

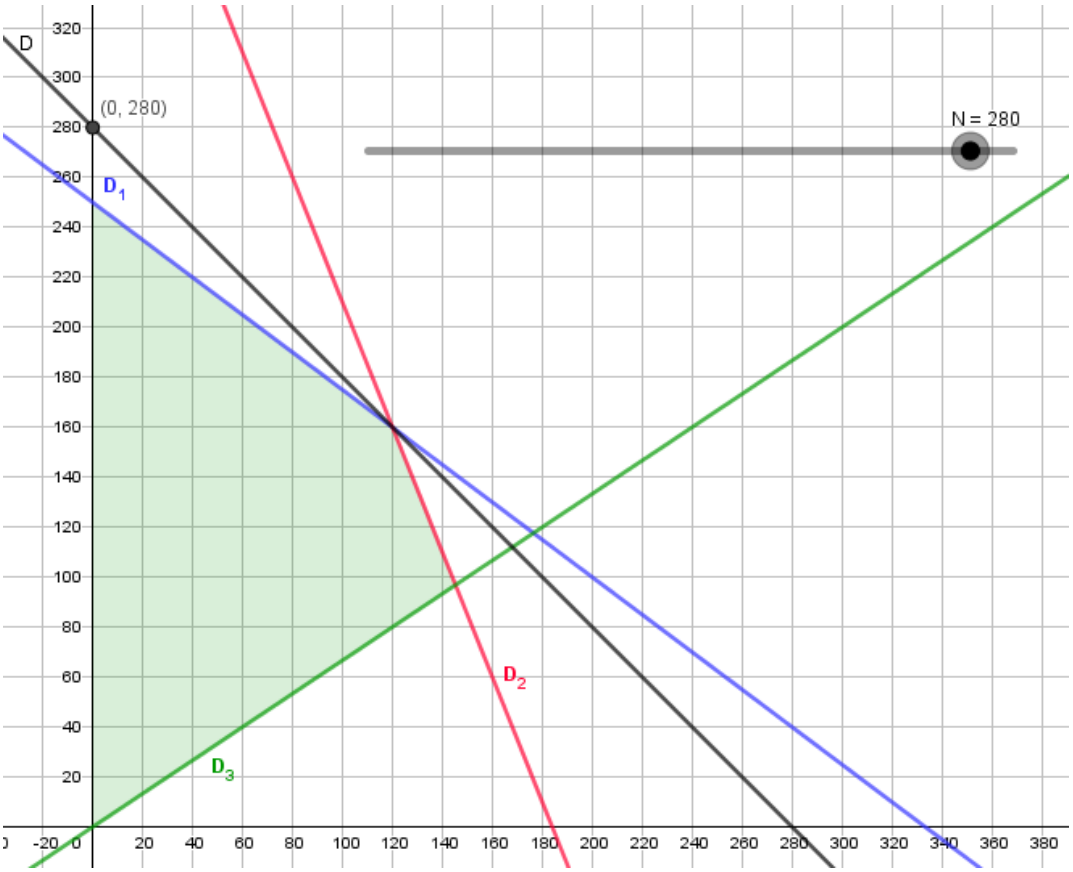
b. Il est possible d'avoir 100 rats, d'avoir 150 rats, d'avoir 200 rats.

c. Il n'est pas possible d'avoir plus de 280 rats car lorsque $N > 280$, aucun point de la droite d'équation $y = -x + N$ n'est dans la zone colorée en vert.

3. On trace la droite d'équation $y = -x + N$ pour une valeur de N choisie (par exemple $N = 300$).

On trace la parallèle à cette droite qui a la plus grande ordonnée à l'origine possible et qui passe par au moins un point à coordonnées entières de la partie colorée en vert.

L'ordonnée à l'origine de cette droite est le nombre maximal de rats que peut contenir la cage.



Ici, cette droite est celle qui passe par le point de coordonnées (120 ; 160) ; la cage peut contenir au plus 280 rats : 120 rats mâles et 160 rats femelle.

Problème 3. Détermination d'un coût minimal

1. a. La contrainte concernant le nombre de rosiers est $10x + 5y \geq 100$, soit $y \geq 20 - 2x$.

La droite frontière associée à cette contrainte est D_2.

b. La contrainte concernant le nombre de magnolias est $x + y \geq 16$, soit $y \geq 16 - x$.

La droite frontière associée à cette contrainte est D_3.

c. La contrainte concernant le nombre de camélias est $x + 3y \geq 30$, soit $y \geq 10 - \frac{1}{3}x$.

La droite frontière associée à cette contrainte est D_1.

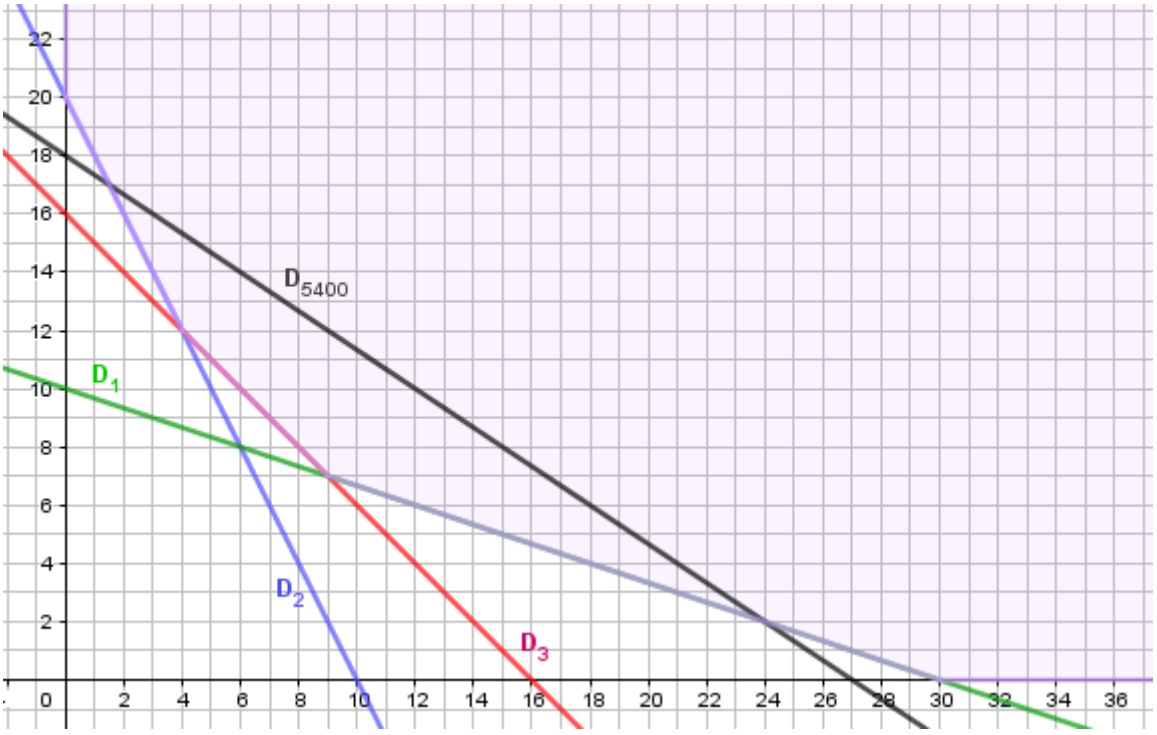
2. a. Si d désigne la dépense totale en euros pour l'achat de x lots A et y lots B, alors

$200x + 300y = d$, soit $y = -\frac{2}{3}x + \frac{d}{300}$.

b. Les droites d et d ' sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur.

3. On commence par déterminer la partie du plan qui contient les points dont les coordonnées sont solutions de : $\begin{cases} x \geq 0 \text{ et } y \geq 0 \\ y \geq 20 - 2x \\ y \geq 16 - x \\ y \geq 10 - \frac{1}{3}x \end{cases}$

Cette partie du plan est celle colorée ci-dessous.



On trace la parallèle à D_{5400} qui a la plus petite origine à l'origine possible et qui passe par au moins un point à coordonnées entières de la partie colorée du plan.

Cette droite est celle qui passe par le point de coordonnées (9 ; 7).

Ainsi, on peut satisfaire les besoins au coût le plus faible possible avec 9 lots A et 7 lots B.

La dépense sera de 3 900 euros.

Thème C
Méthode de Monte Carlo

Les deux problèmes suivant décrivent la méthode de Monte Carlo sur des exemples célèbres : le calcul de l'aire sous la parabole et le calcul d'une valeur approchée de π.

Cette méthode utilise un processus aléatoire pour estimer une valeur numérique. L'élève est alors amené à réaliser des simulations.

Problème 1. Estimation d'une aire sous la parabole

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. $M(x\,;\,y)$ appartient à S si et seulement si $y \leq x^2$.

2. a. La variable `S` est un accumulateur : cette variable est initialisée à 0 puis, pour chaque point choisi au hasard dans le carré, elle est incrémentée de 1 si ce point appartient à la surface S.

b.

```
from random import random
def carloparabole(n):
    S=0
    for k in range(n):
        x=random()
        y=random()
        if y<=x**2:
            S=S+1
    A=S/n
    return(A)
```

3. L'appel `caloparabole(1000)` renvoie 0,339.

De même, l'appel `carloparabole(100000)` renvoie 0,33283, et l'appel `caloparabole(1000000)` renvoie 0,333727.
Ce sont des valeurs approchées de l'aire de S.

Remarque : la valeur exacte de S est $\frac{1}{3}$.

Problème 2. Estimation du nombre π

Des programmes Python (ordinateur, Casio, NumWorks ou Texas) sont disponibles dans le manuel numérique enseignant.

1. a. L'aire de C est égale à 1. L'aire de D est égale à : $\frac{1}{4} \times \pi \times 1^2 = \frac{\pi}{4}$.

D'après l'hypothèse de l'énoncé, $p = \frac{\pi}{4}$.

b. $OM^2 = x^2 + y^2$. Puisque M appartient au disque de centre O et de rayon 1, $OM \leq 1$ et donc $OM^2 \leq 1$.

2.

```
from random import random
def carlopi(n):
    S=0
    for k in range(n):
        x=random()
        y=random()
        if x**2+y**2<=1:
            S=S+1
    f=S/n
    return(f)
```

3. L'appel `carlopi(1000)` renvoie 0,81, donc $0{,}81 \times 4 = 3{,}24$ comme valeur approchée de π.
L'appel `carlopi(1000000)` renvoie 0,785723, soit 3,142892 comme valeur approchée de π.

Partie Tableur (pages 205 à 209 du manuel)
Correction des exercices

Exercice 2

On saisit la formule `=A1+2`.

Exercice 3

On saisit la formule `=A1+25`.

Exercice 4

1. On saisit 2018 dans la cellule **A2**, puis on saisit en **A3** la formule `=A2+1`.
2. On saisit la formule `=B2+650`.
3. On saisit la formule `=C2*1,03`.
4. On saisit la formule `=B2/C2`.
5.

1	Année	Nombre de salariés de moins de 30 ans	Nombre total de salariés	Proportion de salariés de moins de 30 ans
2	2018	11000	32000	34,38%
3	2019	11650	32960	35,35%
4	2020	12300	33949	36,23%
5	2021	12950	34967	37,03%
6	2022	13600	36016	37,76%
7	2023	14250	37097	38,41%
8	2024	14900	38210	39,00%
9	2025	15550	39356	39,51%
10	2026	16200	40537	39,96%
11	2027	16850	41753	40,36%
12	2028	17500	43005	40,69%
13	2029	18150	44295	40,97%
14	2030	18800	45624	41,21%
15	2031	19450	46993	41,39%
16	2032	20100	48403	41,53%
17	2033	20750	49855	41,62%
18	2034	21400	51351	41,67%
19	2035	22050	52891	41,69%
20	2036	22700	54478	41,67%

Exercice 5

1. La formule saisie en **B6** est `=B4*B5/100`. Le résultat affiché est la consommation journalière en litres de Madame Germain en ville.
2. On doit d'abord recopier vers la droite en **C6** la formule saisie en **B6**.
La formule saisie en **B7** est `=B6+C6`.
La formule saisie en **B8** est `=B7*B2`.
La formule saisie en **B9** est `=B8*B1`.

3.

	A	B	C
1	**prix du litre de carburant (en euros)**	0,69	
2	**nombre de jours travaillés par an**	220	
3		**Ville**	**Route**
4	**Consommation pour 100 km**	12,7	8,2
5	**Distance journalière (en km)**	10	46
6	**Consommation journalière (en litres)**	1,27	3,772
7	**Consommation journalière totale**	5,042	
8	**Consommation annuelle**	1109,24	
9	**Budget carburant annuel (en euros)**	765,38	

4. Le budget carburant serait alors de 1 279,74 €.

Exercice 6

Errata : *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire « On souhaite construire une feuille de calcul donnant le prix demandé pour une cours allant de 5 km à 51 km avec un pas de 2 ».*

1. On saisit 5 dans la cellule **A2**, puis la formule `=A2+2` dans la cellule **A3**, formule que l'on recopie vers le bas jusqu'en **A25**.
2. On saisit dans la cellule **B2** la formule `=4,18+1,12*A2`. On recopie ensuite cette formule vers le bas jusqu'en **B25**.

Exercice 8

a. 5

b. 2

c. 17

d. 2

Exercice 9

a. `=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)` **b.** `=ALEA.ENTRE.BORNES(1;2020)`

Exercice 10

1. On saisit 0 dans la cellule **A2**, puis la formule `=A2+1` que l'on recopie vers le bas jusqu'en **A32**.

2. On saisit en **B2** la formule `=LOI.BINOMIALE(A2;30;0,3;0)`, puis on recopie cette formule vers le bas jusqu'en **B32**.

	A	B
1	**k**	**P(X = k)**
2	0	2,25393E-05
3	1	0,000289792
4	2	0,001800847
5	3	0,007203389
6	4	0,020838376
7	5	0,046439809
8	6	0,08292823
9	7	0,121853726
10	8	0,150141198
11	9	0,157290779
12	10	0,141561701

Exercice 11

1. On saisit en **G2** la formule `=MIN(B2:D6)`.
On saisit en **G3** la formule `=MAX(B2:D6)`.
On saisit en **G4** la formule `=MOYENNE(B2:D6)`.

2.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Saut en hauteur : meilleures performances (en mètres)						
2	2011	2,03	2,03	2,00	**Hauteur minimale**		1,97
3	2013	2,03	2,00	1,97	**Hauteur maximale**		2,04
4	2015	2,01	2,01	2,01	**Hauteur moyenne**		2,01
5	2017	2,03	2,01	1,99			
6	2019	2,04	2,04	2,00			

3. ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire « les meilleures performances réalisées sont de 2,05 m, 202 m et 2,02 m » au lieu de « la meilleure performance réalisée est de 2,05 m ».*

On saisit les trois nouvelles valeurs dans la ligne **7**, et on change la plage de cellules dans les formules saisies en **G2**, **G3**, **G4** : on saisit **B2:D7** au lieu de **B2:D6**.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Saut en hauteur : meilleures performances (en mètres)						
2	2011	2,03	2,03	2,00	**Hauteur minimale**		1,97
3	2013	2,03	2,00	1,97	**Hauteur maximale**		2,05
4	2015	2,01	2,01	2,01	**Hauteur moyenne**		2,02
5	2017	2,03	2,01	1,99			
6	2019	2,04	2,04	2,00			
7	2021	2,05	2,02	2,02			

Exercice 12

1. On saisit la formule `=B1-D1`.
2. On saisit la formule `=B3+4`.
3. On saisit la formule `=H1-SOMME(B3:L3)`.
4. a.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	**montant :**	**850**	**acompte :**	**150**	**restant dû après acompte :**			**700**					
2	**mois**	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Septembre	Octobre	Novembre	Décembre
3	**mensualités**	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	40

b. La dernière mensualité est de 40 euros.

Exercice 13

1. C'est la formule **a**.
2. On saisit la formule : `=SOMME(B2:E2)`.
3. On saisit en **G6** la formule `=SOMME(G2:G5)` et en **G7** la formule `=G6/4`.
4. Chaque feuille de calcul est différente ici à cause de la fonction `ALEA.ENTRE.BORNES`.
5. Par appui sur la touche **F9**, on réinitialise la fonction `ALEA.ENTRE.BORNES` et on obtient une nouvelle simulation.

Exercice 14

On obtient les résultats suivants.

	A	B	C	D	E	F	G
1		**Famille 1**	**Famille 2**	**Famille 3**	**min**	**max**	**moyenne**
2	**janvier**	18000	15500	19300	15500	19300	17600
3	**février**	18500	14900	18700	14900	18700	17366,67
4	**mars**	19750	16100	21000	16100	21000	18950
5	**min**	18000	14900	18700			
6	**max**	19750	16100	21000			
7	**moyenne**	18750	15500	19666,67			

Exercice 15

1. On saisit la formule `=B2+C2*D2`.

2. On saisit en **E7** la formule `=SOMME(E2:E6)`.

On saisit en **E8** la formule `=MIN(E2:E6)`.

On saisit en **E9** la formule `=MAX(E2:E5)`.

On saisit en **E10** la formule `=SOMME(E2:E5)`.

3.

	A	B	C	D	E
1	**Conseillère**	**Part fixe du salaire**	**Montant des ventes**	**Part du montant des ventes**	**Salaire**
2	Lucie	520	2915	18,00%	1044,70
3	Sonia	520	2802	18,00%	1024,36
4	Farah	480	3014	17,50%	1007,45
5	Sophie	490	2950	17,50%	1006,25
6	Olivia	580	3150	18,50%	1162,75
7				**Total**	5245,51
8				**Salaire minimal**	1006,25
9				**Salaire maximal**	1162,75
10				**Salaire moyen**	1049,10

Exercice 17

1. On saisit la formule `=A2+1`.

2. On saisit la formule `=150+SI(A2<10;A2*40;A2*60)`.

Exercice 18

1. On saisit la formule `=A2+1`.

2. On saisit la formule `=120+SI(A2>20;20*40+(A2-20)*37;A2*40)`.

Exercice 20

1. On saisit la formule `=B1+5`.

2. On saisit la formule `=0,08*B1^2`.

3. ***Errata :*** *l'erreur suivante peut se trouver dans certains ouvrages, il faut lire « la formule proposée dans la question 2 » au lieu de « la formule proposée dans la question 1 ».*

La formule proposée dans la question 2 ne convient pas puisque le coefficient de la formule est toujours égal à 0,08. Il faut saisir la formule `=$B3*C1^2` en n'oubliant pas d'écrire `$B3` et non pas `B3` afin que, par recopie vers la droite, le contenu de cette cellule reste inchangé, égal à la valeur de *k* choisie.

Exercice 21

On saisit la formule `=$A3*B$2`.

On obtient alors le tableau suivant :

	A	B	C	D	E
1	**Euro**	**Dollar**	**Yen**	**Livre**	**Rouble**
2	1	1,08	118,90	0,83	68,81
3	2	2,16	237,8	1,66	137,62
4	5	5,4	594,5	4,15	344,05
5	10	10,8	1189	8,3	688,1
6	25	27	2972,5	20,75	1720,25
7	50	54	5945	41,5	3440,5

Exercice 22

1. On saisit la formule `=B5*C5`.
2. On saisit la formule `=D5*D$1`.
3. On saisit la formule `=SOMME(D5:D8)`.
4. On saisit la formule `=D10+E10`.

On obtient le tableau suivant :

	A	B	C	D	E
1	Facture		Taux de TVA	5,50%	
2					
3	Objet	Prix unitaire (en euros)	Quantité	Montant Hors taxes	TVA
4					
5	Café en grains (1kg)	15	12	180	9,90
6	Chocolat en poudre (1kg)	7,60	10	76	4,18
7	Huile d'olives (1L)	9,95	4	39,8	2,19
8	Paquet de pâtes Spaghetti (1Kg)	2,10	15	31,5	1,73
9					
10	**Total**			327,30	18,00
11	**Total TTC (en euros)**				345,30