Loi uniforme discrète :

Soit X une variable aléatoire définie sur un univers Ω et à valeurs dans $\{1;2;3;\ldots;n\}$.

On dit que X suit **la loi uniforme** sur $\{1;2;3;\ldots;n\}$ si pour tout $k\in\{1;2;3;\ldots;n\}$ $\quad \mathrm{P}(X=k)=\dfrac{1}{n}$

Espérance :

L'espérance mathématique de X vaut $\mathrm{E}(X)=\dfrac{n+1}{2}$

Répétitions d'expériences identiques et indépendantes:

On considère n (où $n\in\mathbb{N}^*$) expériences aléatoires **identiques** successives . Si les résultats de chacune d'elles ne dépendent pas des résultats des expériences précédentes, on dit que ces expériences sont **indépendantes**.

Lors de la répétition d'expériences identiques et indépendantes, la probabilité d'une liste de résultats est le produit des probabilités de chaque résultat.

Lors de tirages successifs avec remise,les expériences sont indépendantes.

Épreuve de Bernoulli :

On écrit Bernoulli et non Bernouilli

On appelle **épreuve de Bernoulli** une épreuve ayant deux éventualités :
l'éventualité S avec la probabilité p et l'éventualité $\overline{S}$ avec la probabilité $1-p$.
L'éventualité S correspondra souvent au "**succès**" d'une expérience, $\overline{S}$ étant alors "**l'échec**".

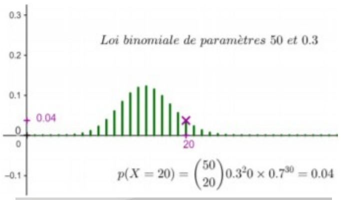
Schéma de Bernoulli :

On appelle **schéma (ou expérience) de Bernoulli**, la répétition n fois, de manière indépendante, d'une épreuve de Bernoulli.

Loi binomiale : $B(n\,;p)$

On considère un schéma de Bernoulli consistant en la répétition n fois d'une épreuve de Bernoulli pour laquelle la probabilité du succès S est p. On note X la variable aléatoire comptant le nombre de succès obtenus sur les n répétitions. On dit que X suit **la loi binomiale de paramètres n et p** :

- l'ensemble de ses valeurs est $\{0\,;1\,;\ldots;n\}$
- pour tout $k\in\mathbb{N}$ tel que $0\leqslant k\leqslant n$, $\quad P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$



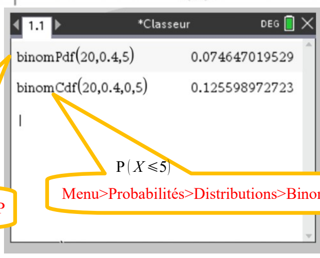
Espérance, variance et écart type :

$\mathrm{E}(X)=np\quad,\quad \mathrm{V}(X)=np(1-p)$ et $\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}$

Calculatrices :

Les calculatrices de lycée permettent de calculer directement $\mathrm{P}(X=a)$ et $\mathrm{P}(X\leqslant a)$.

Aujourd'hui, on ne s'amuse plus à faire à la main ce type de calcul.
Voilà un exemple avec une Ti-nspire pour calculer $\mathrm{P}(X=5)$ et $\mathrm{P}(X\leqslant5)$
où X suit la binomiale $B(20\,;0{,}4)$



$\mathrm{P}(X=5)$: Menu>Probabilités>Distributions>Binomiale DdP

$\mathrm{P}(X\leqslant5)$: Menu>Probabilités>Distributions>Binomiale FdR

Coefficients binomiaux :

$\binom{n}{k}$ Se lit " k parmi n "

Le nombre de chemins de l'arbre réalisant k succès ($k\in\mathbb{N}$ et $k\leqslant n$) pour n répétitions est le nombre noté $\binom{n}{k}$.

- Pour tout entier naturel n, et pour tout entier k tel que $0\leqslant k\leqslant n$, on a : $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$
- De plus, si $n\geqslant1$ et $1\leqslant k\leqslant n-1$, alors : $\binom{n+1}{k+1}=\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}$

$\binom{n}{k}$ n'est défini que pour $k\leqslant n$; on ne remplit donc pas les cases situées au-dessus de la diagonale.

Triangle de Pascal :

Avec une Ti-nspire

Menu>Probabilités>Combinaisons

nCr(6,2) =15

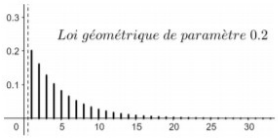
n \ k	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2	1				
3	1	3 +	3 =	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

Tous les nombres de la première colonne sont obtenus en utilisant la formule $\binom{n}{0}=1$

Tous les nombres de la diagonale sont obtenus en utilisant le résultat $\binom{n}{n}=1$

Loi géométrique : $G(p)$

On considère une épreuve de Bernoulli dont la probabilité du succès est p .
On répète l'épreuve de Bernoulli de manière indépendante.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de répétitions nécessaires pour obtenir le premier succès. On dit que X suit **la loi géométrique de paramètre p** .
Pour tout entier $k\neq0$, $P(X=k)=p\times(1-p)^{k-1}$



Loi sans mémoire :

Pour tous entiers naturels k et m non nuls, on a : $P_{X>k}(X>k+m)=P(X>m)$

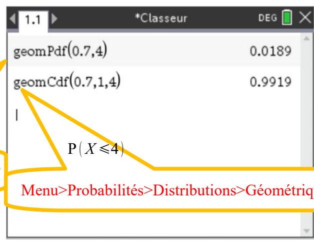
Espérance, variance et écart type :

$E(X)=\dfrac{1}{p}\qquad V(X)=\dfrac{1-p}{p^2}\qquad \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}=\dfrac{\sqrt{1-p}}{p}$

Calculatrices :

Les calculatrices de lycée permettent de calculer directement $\mathrm{P}(X=a)$ et $\mathrm{P}(X\leqslant a)$.

Voilà un exemple avec une Ti-nspire pour calculer $\mathrm{P}(X=4)$ et $\mathrm{P}(X\leqslant4)$ où X suit la géométrique $G(0{,}7)$



$\mathrm{P}(X=4)$: Menu>Probabilités>Distributions>Géométrique DdP

$\mathrm{P}(X\leqslant4)$: Menu>Probabilités>Distributions>Géométrique FdR