

# Chapitre 11 - LES FONCTIONS SINUS ET COSINUS

## 1) RAPPELS

### A) VALEURS REMARQUABLES DU SINUS ET DU COSINUS

| $x$ (en degré)  | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 |
|-----------------|---|----|----|----|----|
| $x$ (en radian) |   |    |    |    |    |
| $\sin x$        |   |    |    |    |    |
| $\cos x$        |   |    |    |    |    |

Sauf contre indication, l'unité utilisée est le radian.

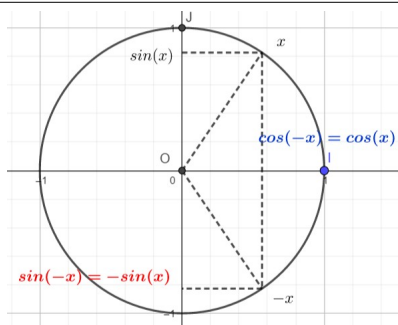
### B) QUELQUES PROPRIÉTÉS DU SINUS ET DU COSINUS

#### Propriétés :

Pour tout réel  $x$ , on a :

- $\forall k \in \mathbb{Z}$ ,
- 
- 
- 

On note  $\cos^2 x = (\cos(x))^2$  et  $\sin^2 x = (\sin(x))^2$



## 2) DÉFINITION

#### Définition :

- La **fonction cosinus**, notée  $\cos$ , est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $x \mapsto \cos(x)$
- La **fonction sinus**, notée  $\sin$ , est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $x \mapsto \sin(x)$

## 3) PARITÉ

On a vu que pour tout réel  $x$ ,  $\cos(-x) = \cos(x)$  et  $\sin(-x) = -\sin(x)$ . On en déduit que :

#### Propriété :

- La fonction  $\cos$  est
- La fonction  $\sin$  est

#### Interprétation graphique dans un repère orthogonal :

- La représentation graphique de la fonction  $\cos$  admet donc l'axe des ordonnées pour axe de symétrie.
- La représentation graphique de la fonction  $\sin$  admet donc l'origine du repère pour centre de symétrie.

## 4) PÉRIODICITÉ

On a vu aussi que pour tout réel  $x$ ,  $\cos(x + 2\pi) = \cos x$  et  $\sin(x + 2\pi) = \sin x$ . On dit que :

### Propriété :

Les fonctions cos et sin sont **périodiques** de période

### Interprétation graphique dans un repère :

Il suffit de représenter ces courbes sur un intervalle d'amplitude  $2\pi$ , puis on complète les courbes en utilisant des translations de vecteurs  $2k\pi \vec{i}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

## 5) VARIATIONS SUR $[0; \pi]$

On déduit ces deux tableaux du cercle trigonométrique :

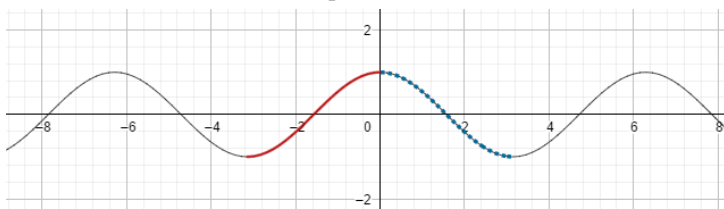
|     |   |                 |       |
|-----|---|-----------------|-------|
| $x$ | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
| cos |   |                 |       |

|     |   |                 |       |
|-----|---|-----------------|-------|
| $x$ | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
| sin |   |                 |       |

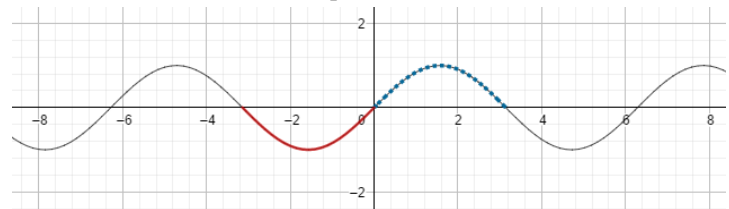
## 6) COURBES REPRÉSENTATIVES

- En établissant un tableau de valeurs, on trace les courbes représentatives des fonctions sin et cos sur  $[0; \pi]$
- La fonction cos est paire. On complète la courbe sur  $[-\pi; \pi]$ , en utilisant la symétrie d'axe  $(Ox)$ .
- La fonction sin est impaire. On complète la courbe sur  $[-\pi; \pi]$ , en utilisant la symétrie de centre O.
- Les fonctions sin et cos sont périodiques de période  $2\pi$ . On complète les courbes en utilisant des translations de vecteurs  $2k\pi \vec{i}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

Courbe représentative de la fonction cos



Courbe représentative de la fonction sin



## 7) DÉRIVÉES

### Propriété : admise

Les fonctions sin et cos sont dérivables sur  $\mathbb{R}$  et pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

### Remarque :

On retrouve les variations des fonctions sin et cos sur  $[0; \pi]$ , en étudiant le signe de la dérivée de chacune de ces fonctions :

- $\forall x \in [0; \pi], \sin x \geq 0$  et donc  $\cos'(x) \leq 0 \dots$

- $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right], \cos x \geq 0$  et donc  $\sin'(x) \geq 0 \dots$
- $\forall x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right], \cos x \leq 0$  et donc  $\sin'(x) \leq 0 \dots$