Définition :

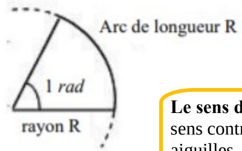
On appelle **radian** (rad) la mesure de l'angle au centre qui intercepte, sur un cercle de rayon R , un arc de longueur R.

CALCULATRICE :

Il faut bien choisir l'unité : **degré** ou **radian**

Les mesures d'un angle en radian et en degré sont proportionnelles

mesures en degré	180	360	90	45	60	30
mesures en radian	π	2π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$



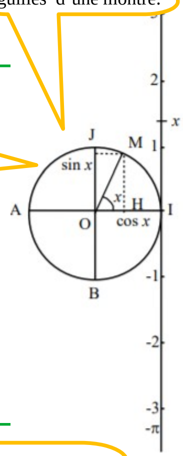
Le sens direct est le sens contraire des aiguilles d'une montre.

L'enroulement de la droite numérique :

À tout réel x, on associe un point M du cercle trigonométrique par enroulement de la droite des réels. Ce point M est unique.

- L'abscisse x_M du point M est le **cosinus** de x (noté $\cos x$)
- L'ordonnée y_M du point M est le **sinus** de x (noté $\sin x$)

Un cercle trigonométrique est un cercle orienté dans le sens direct et de rayon 1.



Lien avec les formules dans un triangle rectangle :

Dans le triangle HOM rectangle en H, on a :

$$\cos \widehat{HOM} = \frac{OH}{OM} = \frac{x_M}{1} = \cos x \quad \textbf{et} \quad \sin \widehat{HOM} = \frac{HM}{OM} = \frac{y_M}{1} = \sin x$$

Valeurs remarquables :

x (en degré)	0	30	45	60	90
x (en radian)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Astuce :
- On écrit 0 , 1 , 2 , 3 , 4 dans chacune des cases
- puis on applique la racine carrée
- et on divise par 2

C'est les mêmes résultats que pour le sin, mais dans l'autre sens

Propriétés :

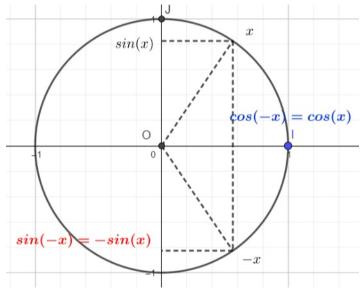
Pour tout réel x, on a :

- $\forall k \in \mathbb{Z}$, $\cos(x+2k\pi)=\cos(x)$ et $\sin(x+2k\pi)=\sin(x)$
- $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$ et $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$
- $\sin^2 x+\cos^2 x=1$
- $\cos(-x)=\cos x$ et $\sin(-x)=-\sin x$

On note :

$\cos^2 x=(\cos(x))^2$

$\sin^2 x=(\sin(x))^2$



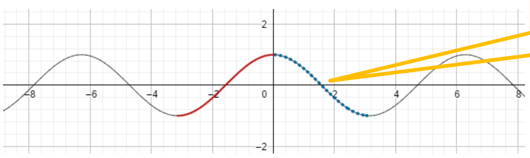
La fonction cosinus :

- La **fonction cosinus**, notée cos, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto \cos(x)$
- La fonction cos est **paire**. *(La représentation graphique de la fonction cos admet donc l'**axe des ordonnées** pour **axe de symétrie**)*
- La fonctions cos est **périodique** de période 2π *(Il suffit de représenter la courbe sur un intervalle d'amplitude 2π , puis on complète la courbe en utilisant des translations de vecteurs $2k\pi\vec{i}$ $(k\in\mathbb{Z})$)*

Parité :
$\cos(-x)=\cos x$

Périodicité :
$\cos(x+2\pi)=\cos x$

Dérivée :
$\cos'(x)=-\sin x$



Grâce au cercle trigonométrique, on voit que la fonction cos est décroissante sur $[0;\ \pi\ ]$

Ces deux courbes s'appellent des **sinusoïdes**

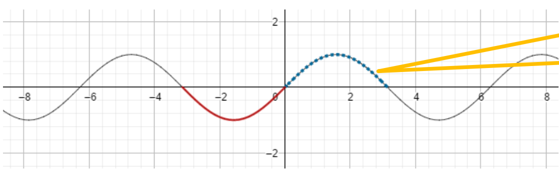
La fonction sinus :

- La **fonction sinus**, notée sin, est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto \sin(x)$
- La fonction sin est **impaire**. *(La représentation graphique de la fonction sin admet donc l'**origine du repère** pour **centre de symétrie**)*
- La fonctions sin est **périodique** de période 2π *(Il suffit de représenter la courbe sur un intervalle d'amplitude 2π , puis on complète la courbe en utilisant des translations de vecteurs $2k\pi\vec{i}$ $(k\in\mathbb{Z})$)*

Parité :
$\sin(-x)=-\sin x$

Périodicité :
$\sin(x+2\pi)=\sin x$

Dérivée :
$\sin'(x)=\cos x$



Grâce au cercle trigonométrique, on voit que la fonction sin est croissante sur $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ puis décroissante sur $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$