L'usage est d'utiliser la majuscule correspondante pour noter une primitive d'une fonction.

Primitives :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
Une primitive de f sur I est une fonction F dérivable sur I, telle que pour tout x dans I, $F'(x)=f(x)$.

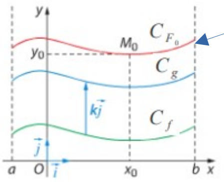
Lien entre deux primitives :

Si F est une primitive de f sur I, alors f admet **une infinité** de primitives.
Toute autre primitive de f sur I est définie par $G(x)=F(x)+k$ où $k\in\mathbb{R}$

On dit que deux primitives d'une fonction sur un intervalle diffèrent d'une constante.

Condition initiale et unicité :

Pour tout couple de réels $(x_0\,;y_0)$ où x_0 est un réel donné dans I et y_0 est un réel quelconque, il existe une primitive et une seule F_0 de f sur I telle que $F_0(x_0)=y_0$



- Si F et G sont des primitives des fonctions f et g sur un intervalle I, alors $F+G$ est une primitive de $f+g$ sur I.
- Si F est une primitive de la fonction f sur un intervalle I et λ un réel, alors λF est une primitive de λf sur I

Règles de calculs :

Les résultats connus sur les dérivées des fonctions usuelles donnent par « lecture inverse » les primitives.

Fonctions	Primitives ($k\in\mathbb{R}$)	Intervalle
$f(x)=a$ ($a\in\mathbb{R}$)	$F(x)=ax+k$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n$ ($n\in\mathbb{N}^*$)	$F(x)=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+k$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$F(x)=\ln(x)+k$	$\mathbb{R}_+^*$
$f(x)=\dfrac{1}{x^n}$ ($n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$)	$F(x)=-\dfrac{1}{(n-1)x^{n-1}}+k$	$\mathbb{R}_-^*$ ou $\mathbb{R}_+^*$
$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x)=2\sqrt{x}+k$	$\mathbb{R}_+^*$
$f(x)=\cos(x)$	$F(x)=\sin(x)+k$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\sin(x)$	$F(x)=-\cos(x)+k$	$\mathbb{R}$
$f(x)=e^x$	$F(x)=e^x+k$	$\mathbb{R}$

On retrouve la même formule en posant $\dfrac{1}{x^n}=x^{-n}$

Attention : Dans de nombreuses situations, on ne sait pas calculer une primitive. (Même si elle existe)

Pour une fonction u dérivable sur un intervalle I, on a :

Une fonction de la forme	… admet pour primitive sur I les fonctions :
$u'e^u$	e^u+k, où $k\in\mathbb{R}$
$u'\times u^n$, où $n\in\mathbb{Z}$ $(n\neq-1)$	$\dfrac{u^{n+1}}{n+1}+k$, où $k\in\mathbb{R}$
$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$, avec pour tout $x\in I,\ u(x)>0$	$2\sqrt{u}+k$, où $k\in\mathbb{R}$
$\dfrac{u'}{u}$, avec pour tout $x\in I,\ u(x)>0$	$\ln(u)+k$, où $k\in\mathbb{R}$
$\dfrac{u'}{u^2}$, avec pour tout $x\in I,\ u(x)\neq0$	$-\dfrac{1}{u}$

En plus du cours

Équations différentielles :

L'équation différentielle $y'+5y=0$ peut aussi se noter $f'(x)+5f(x)=0$ ou encore $\dfrac{dy(x)}{dx}+5y(x)=0$

Une équation différentielle est une équation où l'inconnue est une fonction f.

L'inconnue est souvent notée y et les dérivées successives sont notées y', y'' …

- Quand une équation est de la forme $y+ay'+by''+...=0$, on dit qu'elle est **linéaire**.
- Une **équation du premier ordre** est une équation qui ne contient que la fonction et au moins sa fonction dérivée.
- Une **équation du second ordre** est une équation qui ne contient que la fonction, sa fonction dérivée et au moins sa dérivée seconde. (Hors programme en terminale)

INITIATION

Équations différentielles du premier ordre :

Équation linéaire du premier ordre homogène :

La somme de deux solutions et le produit d'une solution par une constante sont encore solutions.

<u>Les</u> solutions de l'équation différentielle $y'+ay=0$ (où $a\in\mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme :

$$y(x)=k\,e^{-ax} \text{ où } k\in\mathbb{R}$$

Pour tout couple de réel $(x_0\,;y_0)$, l'équation $y'+ay=0$ (où $a\in\mathbb{R}$) admet une solution et une seule telle que $f(x_0)=y_0$

Équation linéaire du premier ordre avec second membre constant :

<u>Les</u> solutions de l'équation différentielle $y'+ay=b$ (où $a\in\mathbb{R}^*$ et $b\in\mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme

$$y(x)=k\,e^{-ax}+\frac{b}{a} \quad \text{où } k\in\mathbb{R}$$

Essayez donc … ça marche

Pour tout couple de réel $(x_0\,;y_0)$, l'équation $y'+ay=b$ (où $a\in\mathbb{R}^*$ et $b\in\mathbb{R}$) admet une solution et une seule telle que $f(x_0)=y_0$

Méthode générale :

Hors programme, mais … tellement importante !

Pour trouver **<u>TOUTES</u>** les solutions de l'équation complète (E), il suffit de trouver les solutions de l'équation homogène associée (E_0), et de leurs ajouter **<u>UNE</u>** solution particulière de l'équation complète.