Cardinal de A :

Soit A un ensemble fini . Le nombre d'éléments de A s'appelle **le cardinal de A** et est noté **Card(A)**.

Principe additif :

Si A_1 , A_2 ,…., A_n sont n ensembles deux à deux **disjoints**, alors :

Card($A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$)=card(A_1)+Card(A_2)+……+Card(A_n).

Si A et B ne sont pas disjoints, alors : Card(A ∪ B) = Card(A) + Card(B) - Card (A ∩ B).

Si $A \cap B = \emptyset$, on dit que les ensembles A et B sont disjoints.

$A \times B = \{(x;y), x \in A \text{ et } y \in B\}$

Produit cartésien :

Soit A et B deux ensembles finis et non vides.
Le produit cartésien de A par B noté A × B est l'ensemble des couples $(x;y)$ formés d'un élément x de A **suivi** d'un élément y de B. On définit de la même façon le produit cartésien de 3,4, …, n ensembles.

Attention : $A \times B \neq B \times A$

k-uplet :

Soit A est un ensemble fini et non vide et k est un entier naturel non nul.
On note : $A^k = A \times A \times \ldots \times A$ (k facteurs)

Les éléments de A^k sont **des couples, des triplets, des quadruplets** ...

De façon générale, on parle de **k-uplet** (ou **k-listes**) ordonnés.

$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$ représente l'ensemble de tous les couples de nombres réels

Si une situation comporte k étapes offrant respectivement n_1 , n_2 , ..., n_k possibilités alors le nombre total d'issues est : $n_1 \times n_2 \ldots \times n_k$

Principe multiplicatif :

- Soit A et B deux ensembles finis et non vides . On a alors Card(A × B)=Card(A) × Card(B) .
- Soit A un ensemble fini et non vide et k un entier naturel non nul.
  Si Card (A)= n , alors card(A^k)= n^k .

Dans la pratique :

Ce principe s'applique souvent en utilisant **un schéma à cases** :

Un code comporte deux lettres distinctes suivies d'un chiffre non nul. Combien peut-on former de codes distincts ?

Exemple :

D'après le principe multiplicatif, on a :

	Lettre 1	Lettre 2	Chiffre
Nombres de possibilités	26	25	9

$26 \times 25 \times 9 = 5850$

On utilise les arrangements en cas de choix successifs de p éléments pris parmi n , sans répétition.

Arrangements :

Soit un ensemble A de cardinal n et un entier $k \leqslant n$.
Un arrangement de k éléments choisis parmi n est un k -uplet d'éléments distincts de A.

Factorielle :

On note $n!$ (lire **factorielle n**« ») le produit des n premiers entiers naturels non nuls.

Par convention, on pose $0! = 1$.

A_n^k

Le nombre d'arrangements de k éléments de A est : $n \times (n-1) \times \ldots \times (n-k+1) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. On le note A_n^k .

Permutation :

Une permutation de A est un arrangement de E ayant n éléments.
Le nombre de permutations de A est $n!$.

On utilise les permutations dans les cas où on veut ordonner tous les éléments d'un ensemble sans répétition.

Combinaisons :

Soit A un ensemble de cardinal n.
Une partie à k éléments de A est **une combinaison** de k éléments de A.

Coefficient binomial : $\binom{n}{k}$

se lit " k parmi n "

Le nombre de combinaisons de k éléments de A est : $\dfrac{n \times (n-1) \times \ldots \times (n-k+1)}{k!} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$

On le note $\binom{n}{k}$ (notation que nous utiliserons) ou parfois C_n^k .

Coefficients binomiaux :

- Pour tout entier naturel n, et pour tout entier k tel que $0 \leqslant k \leqslant n$, on a : $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
- De plus, si $n \geqslant 1$ et $1 \leqslant k \leqslant n-1$, alors : $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$

Triangle de Pascal :

n \ k	0	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
	1	2	1				
3	1	3 +	3 =	1			
4	1	4	6	4	1		
5	1	5	10	10	5	1	
6	1	6	15	20	15	6	1

Tous les nombres de la première colonne sont obtenus en utilisant la formule $\binom{n}{0} = 1$

$\binom{k}{n}$ n'est défini que pour $k \leqslant n$; on ne remplit donc pas les cases situées au-dessus de la diagonale.

Tous les nombres de la diagonale sont obtenus en utilisant le résultat $\binom{n}{n} = 1$.

Avec une Ti-nspire

Menu>Probabilités>Combinaisons

$\text{nCr}(6,2) = 15$