Ex 1 : QCM

La durée d'attente en secondes à la caisse d'un supermarché est une variable aléatoire Y qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,01. Alors :

a) La densité de probabilité de Y est la fonction f définie sur [0 ;+∞[par $f(t)=e^{-0,01t}$

b) Pour tout réel t positif, on a : P(Y≤t)= $1-e^{-0,01t}$

c) La probabilité d'attendre moins de 3 minutes à cette caisse est égale à 0,16 au centième près

d) Il y a plus d'une chance sur deux que l'attente à cette caisse soit supérieure à une minute

Ex 2 :

On s'intéresse à la durée de vie T , exprimée en semaines, d'un composant électronique. On modélise cette situation par une loi de probabilité P suivant une loi exponentielle de paramètre λ.

Une étude statistique montrant qu'environ 50% d'un lot important de ces composants sont encore en état de marche au bout de200 semaines, permet de poser P(T ∈ [0 ; 200[)=0,5.

1) Montrer que $\lambda=\frac{\ln 2}{200}$

2) Quelle est la probabilité qu'un de ces composants pris au hasard ait une durée de vie supérieure à 300 semaines ?

3) Déterminer la durée de vie moyenne d'un composant électronique.

Ex 3 :

Une entreprise d'autocars dessert une région montagneuse. En chemin, les véhicules peuvent être bloqués par des incidents extérieurs comme des chutes de pierres, des troupeaux sur la route, etc.
Un autocar part de son entrepôt. On note D la variable aléatoire qui mesure la distance en kilomètres que l'autocar va parcourir jusqu'à ce qu'il survienne un incident. On admet que la variable D suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda=\frac{1}{82}$, appelée aussi loi de durée de vie sans vieillissement.

1) Calculer la probabilité pour que la distance parcourue sans incident soit :

a) comprise entre 50 et 100 km

b) supérieure à 300 km

2) Sachant que l'autocar a déjà parcouru 350 km sans incident, quelle est la probabilité qu'il n'en subisse pas non plus au cours des 25 prochains km ?

3) Déterminer la distance moyenne parcourue sans incident.

4) L'entreprise possède N_0 autocars. Les distances parcourues par chacun des autocars entre l'entrepôt et le lieu où survient un incident sont des variables aléatoires deux à deux indépendantes et de même loi exponentielle de paramètre $\lambda=\frac{1}{82}$

1) On note X_d la variable aléatoire égale au nombre d'autocars n'ayant subi aucun incident après avoir parcouru d km.

a) Montrer que X_d suit une loi binomiale de paramètres N_0 0 et $e^{-\lambda.d}$

b) Donner le nombre moyen d'autocars n'ayant subi aucun incident après avoir parcouru d km.

Ex 4 :

On modélise le temps d'attente entre deux clients à un guichet comme une variable aléatoire X suivant une loi exponentielle de paramètre λ.

Le temps moyen d'attente étant de 5 minutes, quelle est la probabilité d'attendre plus de 10 minutes ? plus de 5 minutes ?

Ex 5 :

Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire notée X qui suit la loi de durée de vie sans vieillissement ou encore loi exponentielle de paramètre λ>0.

1) Sachant que P(X>10) = 0,286 , montrer que λ=0,125 au centième près.
Dans la suite de l'exercice, on prendra λ=0,125.

2) Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.

3) Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné 8 années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 10 ans.

4) On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?

5) Combien l'établissement devrait-il acheter d'oscilloscopes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux fonctionne plus de 10 ans soit supérieure à 0,999 ?