Ex 1 :

La durée de vie, exprimée en heures, d'une ampoule électrique d'un certain type, est une variable aléatoire d'espérance mathématique m et d'écart type $\sigma = 20$.
Une étude sur un échantillon de 16 ampoules donne une moyenne de la durée de vie égale à 3000.
Déterminer l'intervalle de confiance contenant m avec une probabilité de 95%, puis de 99 %..

Ex 2 :

Pour contrôler le niveau de remplissage des flacons d'éther par une machine automatique, on réalise des mesures sur un échantillon de 50 flacons extraits au hasard de la production.
Le tableau suivant donne les résultats obtenus :

Ether (mL)	[249 ; 249,5[	[249,5 ; 250[	[250 ; 250,5[	[250,5 ; 251[	[251 ; 251,5[
Effectif	2	9	24	12	3

1) Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type s de cet échantillon.

2) Soit X la variable aléatoire associant à tout flacon la quantité d'éther qu'il contient. On suppose que X suit la loi normale de paramètres m et σ.

a) Donner des estimations ponctuelles de m et de σ.
b) En prenant comme écart-type la valeur estimée en a), donner un intervalle de confiance de m au seuil de risque 5 %.
c) On suppose que X suit la loi normale de paramètres $m=250$ et $\sigma=0,5$. Déterminer le pourcentage de flacons dont le volume d'éther dépasse la valeur 249,5.

Ex 3 :

Une société a mis au point un logiciel de gestion destiné aux entreprises et cherche à s'implanter dans une nouvelle région. Désirant obtenir une estimation de la proportion p d'entreprises de cette région intéressées par son logiciel, elle interroge 500 entreprises tirées au hasard (avec remise) ;
340 répondent qu'elles sont disposées à acheter son logiciel.

1) Déterminer une estimation ponctuelle de p .
2) Déterminer un intervalle de confiance de p avec le coefficient de confiance 0,99. Pour les bornes de cet intervalle, donner des valeurs approchées à 10^{-3} près.

Ex 4 :

On étudie le résultat de la pesée d'un objet de masse m (exprimée en grammes).
On admet que la variable aléatoire X qui prend comme valeurs les résultats de la pesée d'un même objet donné suit la loi normale de moyenne m et d'écart-type σ.

1) On suppose que $m=72,40$ et $\sigma=0,08$.
Déterminer le réel strictement positif h (arrondi au centième) tel que la probabilité pour que X prenne une valeur dans l'intervalle $[m-h;m+h]$ soit égale à 0,989.

2) On suppose que m et σ sont inconnus.
On a relevé dans le tableau suivant les résultats de 10 pesées d'un même objet :

Masse	72,20	72,24	72,26	72,30	72,36	72,39	72,42	72,48	72,50	72,54

a) Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart type s de cet échantillon.
b) En déduire des estimations ponctuelles de la moyenne m et de l'écart-type σ de la variable X.
c) On admet que la variable aléatoire qui à tout échantillon de 10 pesées associe la moyenne de ces pesées suit une loi normale. En prenant comme écart-type la valeur estimée en b), donner un intervalle de confiance au seuil de 5 % de la moyenne m .

Ex 5 :

Une marque décide de proposer un nouveau produit. Soit Z la variable aléatoire qui, à tout échantillon de taille n , associe le pourcentage p des clients intéressés par ce produit.
On décide d'assimiler la loi de Z à la loi normale $\mathrm{N}\left(p;\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}\right)$.
Un sondage auprès d'un échantillon aléatoire de 100 clients a montré que 80 personnes sont intéressées par le produit.
1) Dans le cas où $n=100$:
a) estimer p
b) estimer l'écart type de la population
2) Déterminer la taille n d'un échantillon où $n\geqslant 30$ pour que l'intervalle de confiance de p soit [0,702;0,898] avec la coefficient de confiance 95 %

Ex 6 :

Une entreprise de matériel produit des pièces pour l'industrie.

1) Dans un important stock de ces pièces, on prélève au hasard 10 pièces pour vérification.
Le stock est assez important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 pièces.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 10 pièces, associe le nombre de pièces acceptables. On suppose que la probabilité qu'une pièce soit acceptable est égale à 0,902.

a) Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale ; déterminer les paramètres de cette loi.

b) Calculer, à 10^{-3} près, la probabilité que, dans un tel prélèvement, 9 pièces au moins soient acceptables.

2) On s'intéresse dans cette question au diamètre des pièces.

Soit $\overline{X}$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 60 pièces prélevées au hasard et avec remise dans la production de la journée considérée, associe la moyenne des diamètres des pièces de cet échantillon. On suppose que $\overline{X}$ suit la loi normale de moyenne inconnue μ et d'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{60}}$ avec σ = 0,084.

On mesure le diamètre, exprimé en centimètre, de chacune des 60 pièces d'un échantillon choisi au hasard et avec remise dans la production de la journée. On constate que la valeur approchée arrondie à 10^{-3} près de la moyenne $\bar{x}$ de cet échantillon est $\bar{x}=4,012$.

a) A partir des informations portant sur cet échantillon, donner une estimation ponctuelle, à 10^{-3} près, de la moyenne μ du diamètre des pièces produites pendant cette journée.

b) Déterminer un intervalle de confiance centré en $\bar{x}$ de la moyenne μ des diamètres des pièces produites pendant la journée considérée, avec le coefficient de confiance 95 %.

c) On considère l'affirmation suivante : "la moyenne μ est obligatoirement entre 3,991 et 4,033". Peut-on déduire de ce qui précède qu'elle est vraie ?

Ex 7 :

Dans tout l'exercice on arrondira les résultats à 10^{-2} près.
Une entreprise fabrique des plaquettes dont la longueur et la largeur sont mesurées en millimètre.

Partie A
Sur un échantillon de 100 plaquettes on a mesuré la longueur de chaque plaquette et obtenu le tableau suivant :

Longueur	effectifs
[35 ; 37[	3
[37 ; 39[	25
[39 ; 41[	50
[41 ; 43[	20
[43 ; 45[	2

1) On veut calculer une valeur approchée de la moyenne m et de l'écart-type s de l'échantillon.
Pour cela on fait comme si toutes les observations d'une classe étaient situées au centre de la classe.
Calculer m et s . Compte tenu de l'erreur de méthode induite par l'approximation précédente, les résultats seront donnés à 10^{-1} près.

2) On suppose que la variable aléatoire L qui à chaque plaquette associe sa longueur suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type 1,6.
Donner une estimation ponctuelle de μ.
Déterminer un intervalle de confiance à 95 % de μ centré sur la valeur obtenue précédemment.

Partie B
On suppose dans cette partie que L suit une loi normale de moyenne 40 et d'écart-type 1,6 et que la largeur l suit une loi normale de moyenne 25 et d'écart-type 1,2.
1) On tire au hasard dans la production une plaquette.
Quelle est la probabilité d'obtenir une longueur comprise entre 37 mm et 43 mm ?
Quelle est la probabilité d'obtenir une largeur comprise entre 22 mm et 28 mm ?

2) Une plaquette est acceptée si sa longueur est comprise entre 37 mm et 43 mm et si sa largeur est comprise entre 22 mm et 28 mm. En admettant que L et l sont des variables aléatoires indépendantes, quelle est la probabilité d'obtenir une plaquette qui soit acceptée ?

Partie C
La probabilité d'obtenir une plaquette qui soit rejetée est égale à 0,07.
On appelle X la variable aléatoire qui à un lot de 100 plaquettes extraites de la fabrication associe le nombre de plaquettes rejetées contenues dans ce lot.

1) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Préciser ses paramètres et son espérance mathématique.
2)Quelle est alors la probabilité d'obtenir strictement moins de 10 plaquettes rejetées dans un lot de 100 plaquettes ?