TSTI2D **Devoir Surveillé n ° 1**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 10 pts **2)** 10 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

On considère la suite (u_n) vérifiant $u_0=\frac{3}{2}$, et pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=\frac{u_n+1}{3}$.

1) Calculer u_1 et u_2 . (u_n) est-elle une suite géométrique ?

2) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n=u_n-\frac{1}{2}$.

Justifier que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$. Préciser le premier terme

3) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.
En déduire la limite de la suite (u_n) en $+\infty$.

Ex 2 : QCM - Indiquer la réponse exacte. (2 point par réponse juste / -1 par réponse fausse / 0 si pas de réponse)

1) Si (u_n) est une suite géométrique de raison -2 et de troisième terme $u_3=8$, alors :

a) $u_0=-2$	b) $u_0=1$	c) $u_0=-1$

2) Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=n-3\sqrt{n}$. Le seuil à partir duquel $u_n\geqslant 10^7$ est :

a) 10009491	b) 10009492	c) 10009493

3) La suite de terme général $u_n=2^{3n-5}$ est géométrique et a pour raison :

a) 2	b) 2^{-5}	c) 2^3

4) Quand n tend vers $+\infty$, $\frac{3^n+4^{n+1}}{5^n}$

a) tend vers 0	b) tend vers $+\infty$	c) n'a pas de limite

5) $\sum_{k=0}^{10}(-3)^k$ est égal à :

a) 44287	b) 88573	c) -88573

Correction :

Ex 1 :

On considère la suite (u_n) vérifiant $u_0 = \frac{3}{2}$, et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{3}$.

1) Calculer u_1 et u_2 . (u_n) est-elle une suite géométrique ?

2) Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - \frac{1}{2}$.

Justifier que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$. Préciser le premier terme

3) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.
En déduire la limite de la suite (u_n) en $+\infty$.

52 **1.** $u_1 = \dfrac{u_0 + 1}{3} = \dfrac{\frac{3}{2} + 1}{3} = \dfrac{\frac{5}{2}}{3} = \dfrac{5}{6}$.

$u_2 = \dfrac{u_1 + 1}{3} = \dfrac{\frac{5}{6} + 1}{3} = \dfrac{\frac{11}{6}}{3} = \dfrac{11}{18}$.

$\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{5}{6} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{5}{9}$.

$\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{\frac{11}{18}}{\frac{5}{6}} = \dfrac{11}{18} \times \dfrac{6}{5} = \dfrac{11}{15}$.

Comme $\dfrac{u_2}{u_1} \neq \dfrac{u_1}{u_0}$, (u_n) n'est pas une suite géométrique.

2. $v_{n+1} = u_{n+1} \quad \dfrac{1}{2} = \dfrac{u_n + 1}{3} - \dfrac{1}{2}$.

Comme $v_n = u_n - \dfrac{1}{2}$, $u_n = v_n + \dfrac{1}{2}$.

Donc, $v_{n+1} = \dfrac{v_n + \frac{1}{2} + 1}{3} - \dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{1}{3}v_n + \dfrac{\frac{3}{2}}{3} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3}v_n$.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = \dfrac{1}{3}v_n$,

donc (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $v_0 = u_0 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2} = 1$.

3. $v_n = \left(\dfrac{1}{3}\right)^n \times v_0 = \dfrac{1}{3^n}$. Donc $u_n = \dfrac{1}{3^n} + \dfrac{1}{2}$.

Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{1}{3}\right)^n = 0$, $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$.

Ex 2 : QCM - Indiquer la réponse exacte. (2 point par réponse juste / -1 par réponse fausse / 0 si pas de réponse)

1) Si (u_n) est une suite géométrique de raison -2 et de troisième terme $u_3 = 8$, alors :

a) $u_0 = -2$	b) $u_0 = 1$	c) $u_0 = -1$ ok

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n - 3\sqrt{n}$. Le seuil à partir duquel $u_n \geqslant 10^7$ est :

a) 10009491	b) 10009492 ok	c) 10009493

3) La suite de terme général $u_n = 2^{3n-5}$ est géométrique et a pour raison :

a) 2	b) 2^{-5}	c) 2^3 ok

4) Quand n tend vers $+\infty$, $\dfrac{3^n + 4^{n+1}}{5^n}$

a) tend vers 0 ok	b) tend vers $+\infty$	c) n'a pas de limite

5) $\sum\limits_{k=0}^{10} (-3)^k$ est égal à :

a) 44287 ok	b) 88573	c) -88573