TSTI2D **Devoir Surveillé n ° 2**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 9 pts **2)** 6 pts 3 **)** 5 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{3}{4}x^5-3x^4-2x^3+2x^2+3x-4\right)$
$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\frac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3x^3+2x-1}{-2x^3+2x}$
$\lim\limits_{x\to0+}\left(-3x+1+\frac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x\to1-}\frac{1}{(x-1)^5}$

Ex 2 :

On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	2	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	0

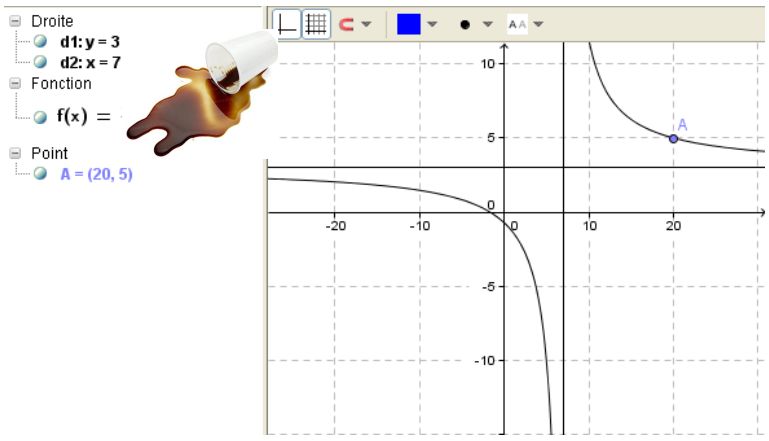
1) Déterminer l'ensemble de définition de f
2) Déterminer les asymptotes de C_f .
3) Tracer une courbe C_f possible.

Ex 3 :

La fonction f est définie sur $]-\infty;7[\cup]7;+\infty[$

On sait qu'il existe des nombres réels a , b et c tels que $f(x)=\frac{ax+b}{x+c}$ pour tout $x\neq7$.

On note C_f la représentation graphique de f . On a représenté C_f , avec GeoGebra.
Les droites d_1 et d_2 sont des asymptotes de C_f et C_f passe par A .



Quel dommage …
A l'aide du graphique, déterminer les réels a , b et c .

Correction :

Ex 1 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ et $-3<0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} -3x^2=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} -\frac{1}{x}=0$, donc par somme $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\frac{1}{x}\right)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to0+}(-3x+1)=1$ et $\lim\limits_{x\to0+}\frac{1}{x}=+\infty$, donc par somme $\lim\limits_{x\to0+}\left(-3x+1+\frac{1}{x}\right)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{3}{4}x^5-3x^4-2x^3+2x^2+3x-4\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3}{4}x^5=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3x^3+2x-1}{-2x^3+2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3x^3}{-2x^3}=\frac{3}{2}$

On pose $X=x-1$
On a $\lim\limits_{x\to1-} X=0^-$ et $\lim\limits_{x\to1-} X^5=0^-$

Comme, $\lim\limits_{x\to0-}\frac{1}{X^5}=-\infty$ on en déduit que $\lim\limits_{x\to1-}\frac{1}{(x-1)^5}=-\infty$

Ex 2 :

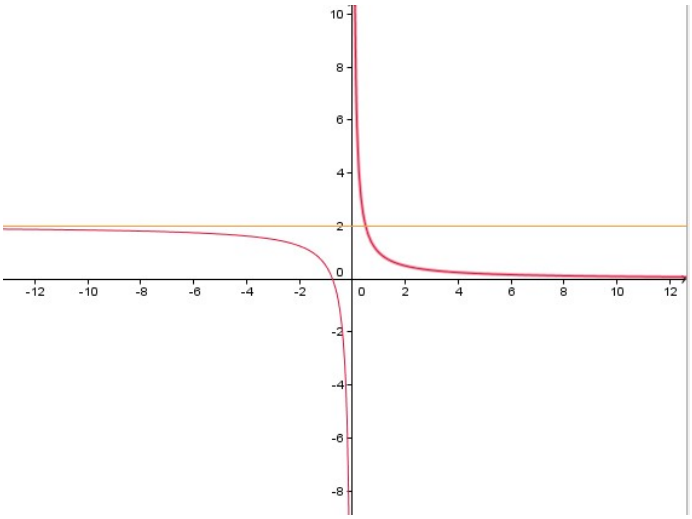
On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	2	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	0

1) Déterminer l'ensemble de définition de f
$D_f=\mathbb{R}^*$
2) Déterminer les asymptotes de C_f .

$d_1: y=2$ en $-\infty$, $d_2: x=0$, $d_3: y=0$ en $+\infty$

3) Tracer une courbe C_f possible.

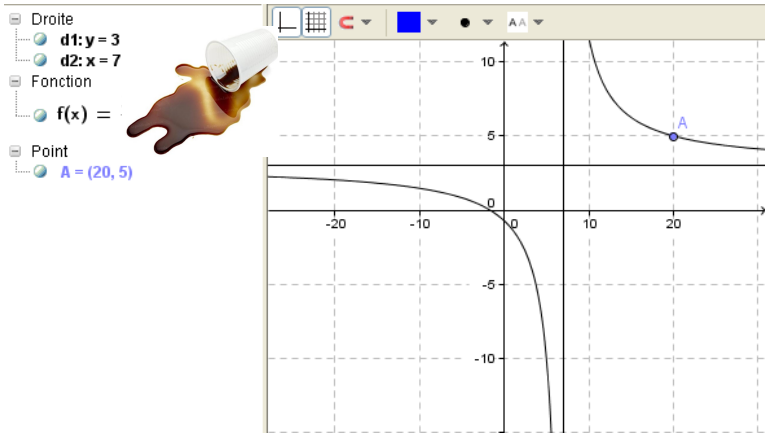


Ex 3 :

La fonction f est définie sur $]-\infty;7[\cup]7;+\infty[$

On sait qu'il existe des nombres réels a , b et c tels que $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ pour tout $x\neq 7$.

On note C_f la représentation graphique de f . On a représenté C_f , avec GeoGebra.
Les droites d_1 et d_2 sont des asymptotes de C_f et C_f passe par A .



Quel dommage …
A l'aide du graphique, déterminer les réels a , b et c .

f n'est pas définie en 7, on en déduit que $c=-7$.

D'autre part d_1 est une asymptote horizontale en $+\infty$, on a donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$.

On a aussi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{ax}{x}=a$
On en déduit que $a=3$

Ainsi $f(x)=\dfrac{3x+b}{x-7}$

Comme $f(20)=5$, on obtient :

$\dfrac{60+b}{13}=5 \quad\Leftrightarrow\quad b=5$