TSTI2D **Devoir Surveillé n ° 4**
- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Nom :

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage ...*

Problème : Baccalauréat STI Polynésie 14 septembre 2012 Génie mécanique, énergétique, civil

Partie A : étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x)=3-3\ln x+x^3$.

1. a. Montrer que la fonction dérivée g' de la fonction g peut s'écrire, pour tout nombre réel x strictement positif, sous la forme :

$$g'(x)=\frac{3(x-1)(x^2+x+1)}{x}$$

b. Déterminer le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x .

c. En déduire les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

2. Donner la valeur de $g(1)$.

3. Déduire des questions précédentes que la fonction g est strictement positive sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

Partie B : étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$f(x)=3\frac{\ln(x)}{x}+\frac{1}{2}x^2+1$$

On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

b. Déterminer la limite de la fonction f en 0.

2. a. Établir que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$, on a :

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$$

, où g est la fonction définie dans la partie A.

b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

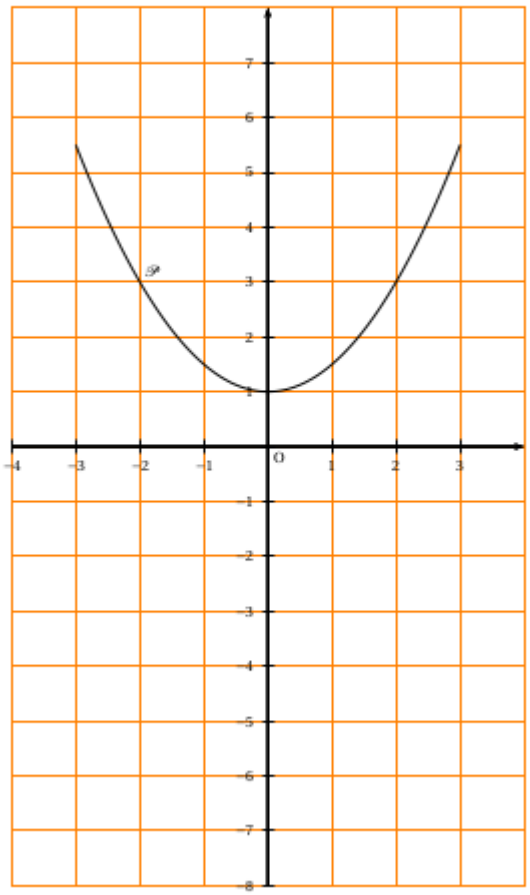
3. a. Montrer que sur l'intervalle $[0,5;1]$, la courbe C coupe l'axe des abscisses en un unique point. On notera α l'abscisse de ce point.

À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .

4. On note P la parabole d'équation $y=\frac{1}{2}x^2+1$ dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.
La parabole P est représentée en annexe, à rendre avec la copie.
Étudier la position relative des courbes C et P .
On précisera les coordonnées du point d'intersection des courbes C et P .

5. Tracer sur le graphique de l'annexe, à rendre avec la copie, la courbe C .

Annexe (problème)
à rendre avec la copie



Correction : http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/STIcivilPolynesiesept2012corrige.pdf