TSTI2D **Devoir Surveillé n ° 2**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 9 pts 2) 6 pts 3) 2 pts 4) 3 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes : (Expliquer)

$\lim\limits_{x \to +\infty} -5x^2$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(-\frac{3}{4}x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 3x - 4\right)$
$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x + \frac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-3x^3 + 2x - 1}{2x^3 + 2x}$
$\lim\limits_{x \to 0-} \left(-3x + 1 + \frac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x \to 1+} \frac{1}{(x-1)^5}$

Ex 2 :

On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	0

1) Déterminer l'ensemble de définition de f

2) Déterminer les asymptotes de C_f .

3) Tracer une courbe C_f possible.

Ex 3 :

Simplifier (en détaillant les calculs) l'expression suivante : $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

Ex 4 :

Exprimer $\frac{\pi}{12}$ en fonction de $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{6}$.
En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$

Correction :

Ex 1 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ et $-5<0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} -5x^2=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x}=0$, donc par somme $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(x+\frac{1}{x}\right)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to0-} (-3x+1)=1$ et $\lim\limits_{x\to0-} \frac{1}{x}=-\infty$, donc par somme $\lim\limits_{x\to0-} \left(-3x+1+\frac{1}{x}\right)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(-\frac{3}{4}x^5-3x^4-2x^3+2x^2+3x-4\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} -\frac{3}{4}x^5=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x^3+2x-1}{-2x^3+2x}=\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x^3}{-2x^3}=-\frac{3}{2}$

On pose $X=x-1$

On a $\lim\limits_{x\to1+} X=0^+$ et $\lim\limits_{x\to1+} X^5=0^+$

Comme, $\lim\limits_{x\to0+} \frac{1}{X^5}=+\infty$ on en déduit que $\lim\limits_{x\to1+} \frac{1}{(x-1)^5}=+\infty$

Ex 2 :

On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$	3	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	0

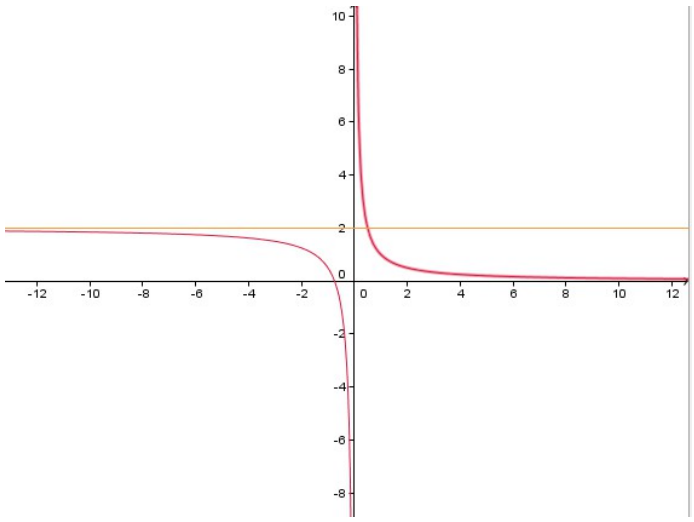
1) Déterminer l'ensemble de définition de f

$D_f=\mathbb{R}^*$

2) Déterminer les asymptotes de C_f.

$d_1: y=2$ en $-\infty$, $d_2: x=0$, $d_3: y=0$ en $+\infty$

3) Tracer une courbe C_f possible.



Ex 3 :

Simplifier l'expression suivante : $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos(x)+\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin(x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos(x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin(x)=0$

Ex 4 :

Exprimer $\frac{\pi}{12}$ en fonction de $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{6}$.

En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$

On a $\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}$

Ainsi $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$