TSTI2D **Devoir Surveillé n ° 2**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Barème :	**Nom :**
1) 9 pts 2) 6 pts 3) 2 pts 4) 3 pts	

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées .Vous pouvez faire les exercices dans l'ordre que vous souhaitez . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Ex 1 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes :(Expliquer)

$\lim\limits_{x \to +\infty} -8x^2$	$\lim\limits_{x \to 1-} \dfrac{1}{(x-1)^5}$
$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x - \dfrac{1}{x}\right)$	$\lim\limits_{x \to 0+} \left(-3x+1+\dfrac{1}{x}\right)$
$\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-3x^3+2x-1}{-2x^3+2x}$	$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{3}{4}x^5-3x^4-2x^3+2x^2+3x-4\right)$

Ex 2 :

On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	3	↘	$+\infty$ || $-\infty$	↘	0

1) Déterminer l'ensemble de définition de f

2) Déterminer les asymptotes de C_f .

3) Tracer une courbe C_f possible.

Ex 3 :

Simplifier (en détaillant les calculs) l'expression suivante : $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

Ex 4 :

Exprimer $\frac{\pi}{12}$ en fonction de $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{6}$.
En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$

Correction :

Ex 1 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ et $-8<0$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty} -8x^2=-\infty$	On pose $X=x-1$ On a $\lim\limits_{x\to 1-} X=0^-$ et $\lim\limits_{x\to 1-} X^5=0^-$ Comme, $\lim\limits_{x\to 0-} \frac{1}{X^5}=-\infty$ on en déduit que $\lim\limits_{x\to 1-} \frac{1}{(x-1)^5}=-\infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} -\frac{1}{x}=0$, donc par somme $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x-\frac{1}{x}\right)=-\infty$	$\lim\limits_{x\to 0+}(-3x+1)=1$ et $\lim\limits_{x\to 0+}\frac{1}{x}=+\infty$, donc par somme $\lim\limits_{x\to 0+}\left(-3x+1+\frac{1}{x}\right)=+\infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3x^3+2x-1}{-2x^3+2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-3x^3}{-2x^3}=\frac{3}{2}$	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3}{4}x^5-3x^4-2x^3+2x^2+3x-4\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3}{4}x^5=-\infty$

Ex 2 :

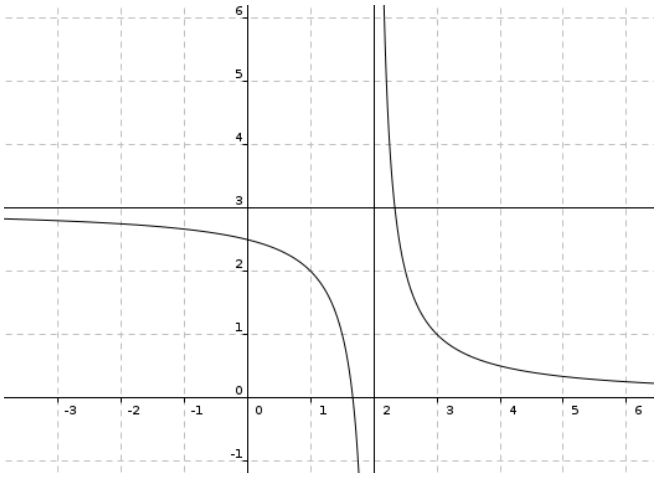
On considère la fonction f dont le tableau de variation est donné ci-dessous.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	3	↘	$+\infty$ || $-\infty$	↘	0

1) Déterminer l'ensemble de définition de f
$D_f=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$
2) Déterminer les asymptotes de C_f .

$d_1: y=3$ en $-\infty$, $d_2: x=2$, $d_3: y=0$ en $+\infty$

3) Tracer une courbe C_f possible.



Ex 3 :

Simplifier l'expression suivante : $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos(x)+\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin(x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos(x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin(x)=0$

Ex 4 :

Exprimer $\frac{\pi}{12}$ en fonction de $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{6}$.

En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{12}$

On a $\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}$

Ainsi $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$