TSTI2D **Devoir Surveillé n ° 4**
- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Nom :

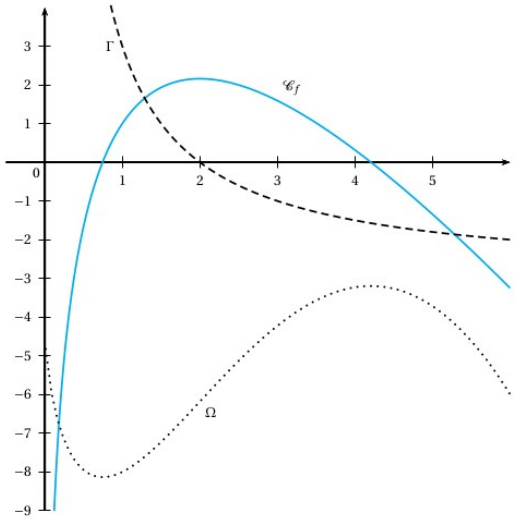
Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Baccalauréat STI2D Polynésie 16 juin 2014

Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = 6\ln x + ax + b$$

où a et b sont des constantes réelles,
On appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Le point A$(1\,;1)$ appartient à $\mathscr{C}_f$.
$\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale en son point d'abscisse 2.



PARTIE A

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé $\mathscr{C}_f$ (trait plein) ainsi que les courbes Γ et Ω.
L'une de ces deux courbes est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de f et l'autre représente une primitive F de f.

– 2 pts – **1.** Indiquer laquelle des deux courbes est la représentation graphique de F.

– 2 pts – **2.** Par lecture graphique, déterminer $f(1)$ et $f'(2)$.

– 2 pts – **3.** Donner l'expression de $f'(x)$ en fonction de x et de a.

– 3 pts – **4.** À l'aide des résultats précédents, montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$,

$$f(x) = 6\ln x - 3x + 4.$$

PARTIE B

Dans cette partie, on pourra vérifier la cohérence des résultats obtenus avec la courbe $\mathscr{C}_f$ fournie dans la partie A.

– 2 pts – **1.** Calculer la limite de la fonction f lorsque x tend vers 0. Interpréter graphiquement cette limite.

– 2 pts – **2.** Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0\,;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{3}{x}(2-x)$.

– 2 pts – **3.** Étudier le signe de $f'(x)$ puis donner les variations de la fonction f.

4. En déduire que la fonction f admet un extremum dont on calculera la valeur exacte.

PARTIE C

Soit H la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par :

– 3 pts –

$$H(x) = 6x\ln x - \frac{3}{2}x^2 - 2x.$$

Montrer que H est une primitive de f sur $]0\,;+\infty[$.