TSTI2D **Devoir Surveillé n ° 5**

- Durée 1 h
- Calculatrices autorisées

Nom :

Commentaires : *Lisez l'énoncé en entier avant de commencer et répondez bien aux questions qui vous sont demandées . La rédaction est importante . Soyez propre et clair . Bon courage …*

Baccalauréat STI Génie mécanique, civil : Antilles–Guyane 20 juin 2011

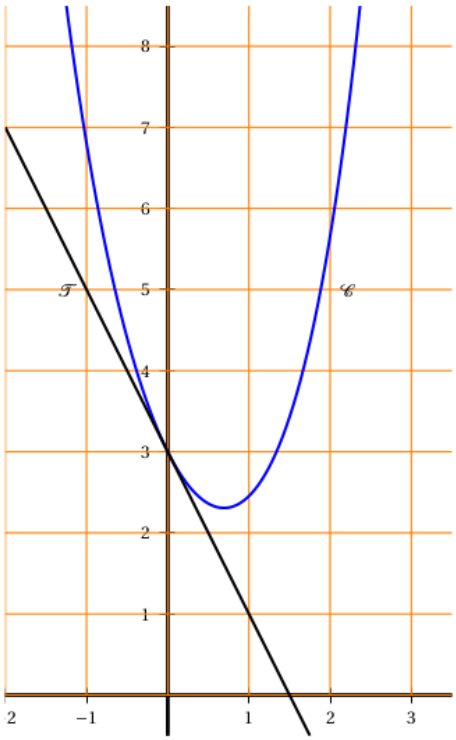
Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = e^x + ax + be^{-x}$$

où a et b sont des nombres réels que l'on se propose de déterminer dans cette partie.
Dans le plan muni d'un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on a représenté ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$, représentative de la fonction f, et $\mathscr{T}$ la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.



– 2 pts – **1.** Par lecture graphique, donner $f(0)$ et $f'(0)$.

– 1 pts – **2. a.** Exprimer $f(0)$ en fonction de b.

– 1 pts – **b.** En déduire la valeur de b.

– 2 pts – **3. a.** Donner, pour tout réel x, l'expression de $f'(x)$.

– 1 pts – **b.** Exprimer $f'(0)$ en fonction de a et b.

– 2 pts – **c.** En utilisant les questions précédentes, déterminer a, puis en déduire l'expression de $f(x)$.

Partie B

1. Questions préliminaires :

– 2 pts – **a.** Vérifier que pour tout réel x, on a : $e^{2x} - e^x - 2 = (e^x - 2)(e^x + 1)$.

– 2 pts – **b.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation d'inconnue x :

$$e^{2x} - e^x - 2 \geqslant 0$$

On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x + 2e^{-x}$.

– 2 pts – **2.** Déterminer la limite de f en $-\infty$.

– 2 pts – **3. a.** Vérifier que pour tout réel x non nul, on a : $f(x) = x\left(\dfrac{e^x}{x} - 1 + \dfrac{2}{xe^x}\right)$.

Admis : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

– 2 pts – **b.** En déduire la limite de f en $+\infty$.

– 1 pts – **c.** Calculer la valeur exacte de $f(\ln 2)$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-1} près.

Bonus

– 1 pts – **4. a.** Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{e^{2x} - e^x - 2}{e^x}$.

– 1 pts – **b.** Déterminer le signe de f' à l'aide des questions préliminaires.

– 1 pts – **c.** Dresser le tableau de variation de la fonction f.