EQUATIONS , INEQUATIONS

Dans ce chapitre a, b et c sont trois nombres relatifs.

1) EQUATIONS

A) PROPRIETES

Si a = b alors , $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$

En ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité .

Si a = b alors , $a \times c = b \times c$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ ($c \neq 0$)

En multipliant ou en divisant par un même nombre (non nul pour la division) les deux membres d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité .

B) APPLICATIONS AUX EQUATIONS

EX 1 :

$x - 3 = 4$
càd $x - 3 + 3 = 4 + 3$ ***On ajoute 3 , ce qui revient à « transposer » – 3 en changeant son signe.***
càd $x = 7$

EX 2 :

$2x = 5$
càd $\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 5$ ***On multiplie par l'inverse de 2, ce qui revient à diviser par 2.***
càd $x = \frac{5}{2}$

EX 3 :

$3x + 5 = 2x + 2$
càd $3x - 2x + 5 = 2x - 2x + 2$ ***On retranche 2x , ce qui revient à « transposer » 2x en changeant son signe.***
càd $x + 5 = 2$
càd $x + 5 - 5 = 2 - 5$ ***On retranche 5 , ce qui revient à « transposer » 5 en changeant son signe.***

càd $x = -3$

2) MISE EN EQUATION D'UN PROBLEME

En 1994, l'union des banques suisses a publié le nombre de jours de vacances payés d'un ingénieur dans plusieurs villes du monde.

A Paris, un ingénieur avait 19 jours de vacances de plus qu'à Séoul (Corée du Sud) , mais 5 jours de moins qu'à Madrid (Espagne) . A Séoul, il avait 5 fois moins de jours de vacances qu'à Madrid.

Combien de jours de vacances un ingénieur avait-il en 1994 dans chacune de ces trois villes ?

Résolution du problème :

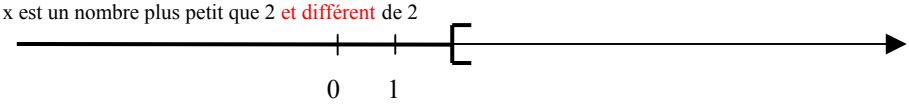
étape1 : **Choix de l'inconnue**	Soit x le nombre de jours de vacances d'un ingénieur à Séoul.
étape 2 : **Mise en équation du problème**	Nombre de jours de vacances à Madrid : $5x$ Nombre de jours de vacances à Paris : $x + 19$ A Paris un ingénieur a 5 jours de moins qu'à Madrid, donc : $x + 19 = 5x - 5$
étape 3 : **Résolution de l'équation**	$x + 19 = 5x - 5$ c'est à dire $x - 5x = -5 - 19$ c'est à dire $-4x = -24$ c'est à dire $4x = 24$ c'est à dire $x = \frac{24}{4}$ c'est à dire $x = 6$
étape 4 : **Conclusion**	On en déduit : • qu'à Séoul, un ingénieur a 6 jours de vacances • qu'à Madrid un ingénieur a $5 \times 6 = 30$ jours de vacances • qu'à Paris un ingénieur a $6 + 19 = 25$ jours de vacances

3) COMPARAISON DE NOMBRES , INEQUATIONS

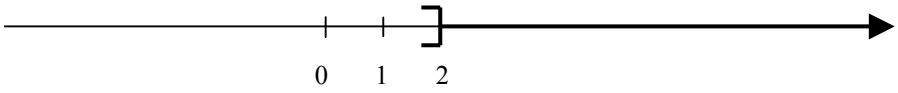
A) DEFINITION

a) Inférieur strictement et supérieur strictement

- $x < 2$: x est un nombre plus petit que 2 et différent de 2

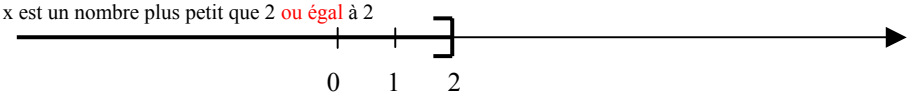


- $x > 2$

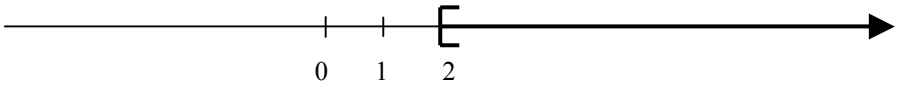


b) Inférieur ou égal et supérieur ou égal

- $x \leq 2$: x est un nombre plus petit que 2 ou égal à 2



- $x \geq 2$



Rem : On dit aussi inférieur et supérieur au sens large .

B) ADDITION ET INEGALITE

Si $a < b$ (ou $\leq$) alors , $a + c < b + c$ (ou $\leq$) et $a - c < b - c$ (ou $\leq$)

On ne change pas le sens d'une inégalité en ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres d'une inégalité.

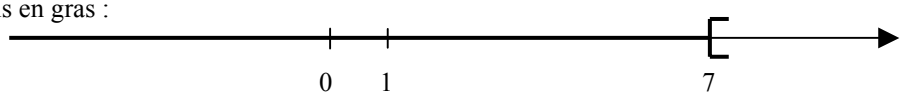
Ex : Résolution d'inéquations

$\mathbf{x - 3 < 4}$

càd $\mathbf{x - 3 + 3 < 4 + 3}$ ***On ajoute 3 , ce qui revient à « transposer » – 3 en changeant son signe.***

càd $\mathbf{x < 7}$

On représente l'ensemble des solutions en gras :



C) MULTIPLICATION ET INEGALITE

Si $a < b$ (ou $\leq$) et $\mathbf{c > 0}$ alors, $ac < bc$ (ou $\leq$) et $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ (ou $\leq$)

On ne change pas le sens d'une inégalité en multipliant ou en divisant par un même nombre strictement ***positif*** *les deux membres d'une inégalité.*

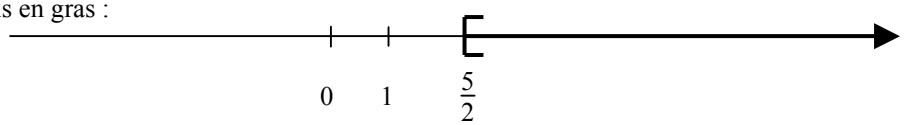
Ex : Résolution d'inéquations

$\mathbf{2x \geq 5}$

càd $\mathbf{\frac{1}{2} \times 2x \geq \frac{1}{2} \times 5}$ ***On multiplie par l'inverse de 2, ce qui revient à diviser par 2.***

càd $\mathbf{x \geq \frac{5}{2}}$

On représente l'ensemble des solutions en gras :



Rem : Si $c < 0$, le sens de l'inégalité change, mais ceci est une autre histoire ! ! !