I - Grandeurs proportionnelles

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) par un même nombre non nul les valeurs de l'autre.

Exemple :

Le mille international (symbole : *mi*) ou mile (en anglais) est une unité anglo-saxonne de longueur.
Le mille international vaut exactement 1 609,344 mètres.
Une longueur exprimée en mille est-elle proportionnelle à cette même longueur exprimée en mètres ?

On obtient la longueur en mètres en multipliant la longueur en mille par le nombre 1 609,344.
Les deux grandeurs sont donc **proportionnelles**.
1 609,344 est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Remarque :

Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles. En voici quelques-unes qui ne le sont pas :

- la **taille** d'une personne et son **poids** ;
- l'**aire d'un carré** et la longueur de son **côté**.

II - Calculs dans une situation de proportionnalité

Pour illustrer une situation de proportionnalité, on utilise souvent un tableau appelé tableau de proportionnalité. Dans un tel tableau, on obtient les nombres de la seconde ligne en multipliant ceux de la première ligne par le coefficient de proportionnalité.

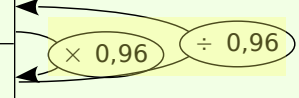
Exemple : Complète le tableau de proportionnalité suivant.

Masse de pommes (en kg)	2	8			24
Prix (en €)		7,68	9,60	15,36	

Première méthode : À l'aide du coefficient de proportionnalité

8 kg de pommes coûtent 7,68 €. On cherche le coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire le nombre manquant dans la multiplication : $8 \times \ldots = 7{,}68$. Ce nombre est égal à $7{,}68 \div 8 = 0{,}96$.

Masse de pommes (en kg)	2	8	**10**	**16**	24
Prix (en €)	**1,92**	7,68	9,60	15,36	**23,04**



Deuxième méthode : À l'aide de la règle de trois

8 kg de pommes coûtent 7,68 € donc 1 kg de pommes coûte $7{,}68 \div 8 = 0{,}96$ €.

2 kg de pommes coûtent donc $0{,}96 \times 2 = \mathbf{1{,}92}$ €.

On peut effectuer directement le calcul (règle de trois) : $(7{,}68 \div 8) \times 2$ ou $(2 \times 7{,}68) \div 8$.

Masse de pommes (en kg)	2	8	$(8 \times 9{,}60) \div 7{,}68$ **= 10**	$(8 \times 15{,}36) \div 7{,}68$ **= 16**	24
Prix (en €)	$(2 \times 7{,}68) \div 8$ **= 1,92**	7,68	9,60	15,36	$(7{,}68 \times 24) \div 8$ **= 23,04**

Remarque : Pour le calcul de la dernière colonne, on peut également utiliser les règles de linéarité dans un tableau de proportionnalité, en remarquant par exemple que : $24 = 3 \times 8$ ou $24 = 12 \times 2$.

III - Pourcentage

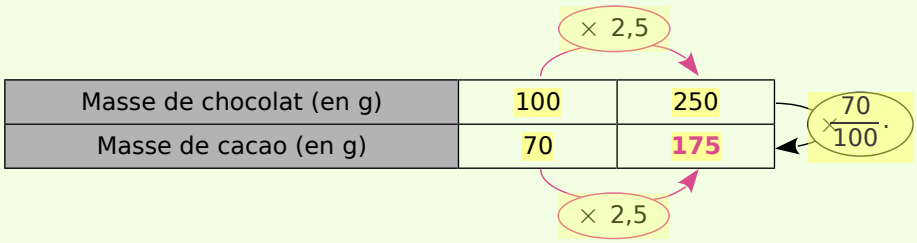
Définition

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité où la quantité totale est ramenée à 100.

Exemple : Sur une tablette de chocolat noir, on lit : « 70 % de cacao ». Calcule la masse de cacao contenue dans une tablette de 250 g.

« 70 % de cacao » signifie que 100 g de chocolat contiennent 70 g de cacao, la masse de cacao étant proportionnelle à la masse de chocolat. Pour connaître la masse de cacao contenue dans une tablette de 250 g, on peut utiliser deux méthodes.

Première méthode : À l'aide d'un tableau de proportionnalité



Deuxième méthode : À l'aide d'un calcul direct

Calculer 70% d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{70}{100}$.

$\frac{70}{100} \times 250 = 0{,}7 \times 250 = 70 \times 2{,}5 =$ **175** ou $\frac{70}{100} \times 250 = 70 \times \frac{250}{100} =$ **175**.

Il y a donc **175 g** de cacao dans cette tablette de chocolat.